

THÈSES

présentées

A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY

UNIVERSITE DE PARIS

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

V. VAGUINE

CERN, Genève, Suisse

et

Institut des Hautes Energies, Serpukhov, URSS

1^{re} THÈSE. — ETUDE DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES HYBRIDES DANS
LES STRUCTURES CYLINDRIQUES. APPLICATION DES
RESULTATS AUX MODES DEFLECTEURS

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

SOUTENUES LE 17 DECEMBRE 1970 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

MM. P. GRIVET *Président*

F. BERTEIN *Examineurs*
A. SEPTIER
P. LAPOSTOLLE
H. LENGELER

1970

THÈSES

présentées

A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY

UNIVERSITE DE PARIS

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

V. VAGUINE *)

CERN, Genève, Suisse

et

Institut des Hautes Energies, Serpukhov, URSS

1^{re} THÈSE. — ETUDE DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES HYBRIDES DANS
LES STRUCTURES CYLINDRIQUES. APPLICATION DES
RESULTATS AUX MODES DEFLECTEURS

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

SOUTENUES LE 17 DECEMBRE 1970 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

MM. P. GRIVET *Président*

F. BERTEIN *Examineurs*

A. SEPTIER

P. LAPOSTOLLE

H. LENGELER

1970

*) Dans le texte nous adoptons la translittération anglaise du nom de l'auteur (V. Vaghin).



TABLE DES MATIERES

	<u>page</u>
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I - PROPRIETES GENERALES DES ONDES HYBRIDES DANS LES STRUCTURES CYLINDRIQUES	5
1. PROPAGATION DES ONDES DANS UN GUIDE CYLINDRIQUE REPLI DE DIELECTRIQUE HOMOGENE ET ISOTROPE	5
2. CARACTERE HYBRIDE DES ONDES QUI SE PROPAGENT DANS UN DIELECTRIQUE ANISOTROPE ANALOGUE A UN CRISTAL BIREFRINGENT	7
3. PROPAGATION DES ONDES DANS UN MAGNETOPLASMA (LIMITE OU ILLIMITE)	8
4. PROPRIETES DEFLECTRICES ET FOCALISANTES DES ONDES HYBRIDES	11
5. CHOIX DU MODELE GENERAL DE STRUCTURE	13
6. EXPRESSIONS DES CHAMPS	14
7. RELATION DE DISPERSION ET SON ANALYSE	18
8. FLUX DE PUISSANCE	20
9. CRITERE D'EXISTENCE DES ONDES HYBRIDES INVERSES DANS LES STRUCTURES CYLINDRIQUES	22
10. ONDES HYBRIDES AVEC CONSTANCE DE PROPAGATION COMPLEXE	23
CHAPITRE II - PROPRIETES DEFLECTRICES DU GUIDE CIRCULAIRE A IRIS METALLIQUES	25
1. CARACTERISTIQUES FONDAMENTALES DES STRUCTURES DEFLECTRICES	25
2. EXPRESSION DES CHAMPS ET RELATION DE DISPERSION	27
3. LE FLUX DE PUISSANCE ET L'ENERGIE EMMAGASINEE	31
4. LA VITESSE D'ENERGIE ET LA VITESSE DE GROUPE	33
5. LES PROPRIETES DES ONDES COMPLEXES	35
6. LE GUIDE A IRIS PARTIELLEMENT REPLI DE DIELECTRIQUE	38
7. LE GUIDE A IRIS AVEC UNE COLONNE DU MAGNETOPLASMA	39
8. COMPARAISON DES DEUX METHODES	41
CHAPITRE III - ETUDE DE STRUCTURES CYLINDRIQUES PARTIELLEMENT REPLIES DE DIELECTRIQUE	45
1. L'EQUATION DE DISPERSION ET SA SOLUTION POUR UN GUIDE CHARGE PAR UN TUBE DIELECTRIQUE	45
2. EXPRESSIONS DES CHAMPS ET LE CHAMP ELECTRIQUE MAXIMAL	46
3. LA RELATION ENTRE LES FLUX DE PUISSANCE ET L'ENERGIE EMMAGASINEE	48

	<u>page</u>
4. LES PERTES D'ENERGIE ET L'ATTENUATION	50
5. L'INFLUENCE DU MAGNETOPLASMA SUR LES PROPRIETES DISPERSIVES ET DEFLECTRICES	51
6. LE GUIDE CYLINDRIQUE CHARGE D'IRIS DIELECTRIQUES	53
CHAPITRE IV - ETUDE EXPERIMENTALE DE GUIDES A IRIS DEFLECTEURS	57
1. APERÇU GENERAL DES PROBLEMES SOULEVES PAR LA MESURE DES PARAMETRES E_p/E_0 , H_p/E_0	57
2. MESURES DE PERTURBATION A LA SURFACE D'UNE CAVITE RESONANTE ET L'EFFET IMAGE	58
3. LES MODELES MESURES ET LE DISPOSITIF DE MESURE	60
4. MESURE DE LA PERTURBATION A LA SURFACE D'UNE CAVITE DEFLECTRICE ET DANS DES CHAMPS TRES INHOMOGENES	61
5. MESURE DU CHAMP DEFLECTEUR EQUIVALENT	62
6. RELATION ENTRE LES PARAMETRES E_p/E_0 OU H_p/E_0 POUR LES CAS D'ONDES PROGRESSIVES ET D'ONDES STATIONNAIRES	63
7. RESULTATS ET DISCUSSION	66
8. APPLICATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX AU CHOIX DES PARAMETRES D'UNE STRUCTURE DEFLECTRICE	68
APPENDICE I - DEFINITIONS ET RAPPEL DE QUELQUES PROPRIETES DES FONCTIONS $\psi_{\nu,\nu}$, $\psi_{\nu,\nu+1}$, $\phi_{\nu,\nu}$ ET $\phi_{\nu,\nu+1}$	77
APPENDICE II - THEOREME : RELATION ENTRE LES FLUX PARTIELS D'ENERGIE ET L'ENERGIE TOTALE EMMAGASINEE POUR LES ONDES HYBRIDES	79
APPENDICE III - APPLICATION DE LA PRESENTE THEORIE AUX STRUCTURES ACCELERATRICES	81
REFERENCES	83

INTRODUCTION

ORIGINE DU PROBLEME

Les nombreuses études des ondes hybrides se propageant dans différents guides d'ondes sont en étroite relation avec le fait que ces ondes ont des propriétés défectrices. Ces ondes ont déjà trouvé une application dans la physique des hautes énergies pour la séparation en HF des particules secondaires.

A l'origine du problème de la déflexion des particules ultrarelativistes à l'aide d'un champ HF se situe le théorème de Panofsky et Wensel¹⁾. Les auteurs ont montré que la déflexion des particules se déplaçant le long de l'axe dans une cavité cylindrique est :

- Rigoureusement égale à zéro pour le mode TE;
- Proportionnelle au facteur $1 - \beta^2$ pour le mode TM, si la particule est synchrone avec l'onde, et que
- La force transversale est déterminée par le gradient du champ électrique longitudinal (dans le cas du synchronisme).

Contrairement aux modes TE et TM, il a été prouvé que les ondes hybrides avec une symétrie dipolaire permettent d'obtenir une déflexion pour les particules ultrarelativistes. Ce problème, ainsi que l'application des ondes hybrides, a été étudié par plusieurs auteurs, notamment Hereward²⁾, Lapostolle³⁾, Blewett⁴⁾, Gallagher⁵⁾, Belbeoch⁶⁾, et Gabillard⁷⁾ [on trouvera un historique de ce problème dans un article de Montague⁸⁾, qui fournit une abondante bibliographie].

Henoch⁹⁾, Garault^{10,11)}, Aleksandrov et al.¹²⁾ et Hahn¹³⁾ ont considéré la propagation des ondes hybrides dans un guide d'ondes à iris, avec l'approximation que le pas du guide est petit par rapport à la longueur d'onde. La théorie rigoureuse et le calcul précis des paramètres du guide d'ondes à iris défecteur ont été faits par Hereward et Bell^{14,15)} et Hahn^{16,17)}.

Les propriétés défectrices d'une structure cylindrique partiellement remplie de diélectrique ont été découvertes par Vaghin et Kotov¹⁸⁾. Les auteurs ont aussi étudié les propriétés focalisantes des ondes hybrides. Hahn¹⁹⁾ a étudié cette structure en détail et calculé les paramètres de base du mode défecteur. Chang et al.²⁰⁾ ont considéré le guide rectangulaire partiellement rempli de diélectrique.

Les propriétés des ondes hybrides dans quelques autres structures (guide circulaire avec une tige de diélectrique, guide chargé de ferrite, etc.) et le problème de la nomenclature des modes ont été discutés dans une série d'articles par Clarricoats et Waldron [la bibliographie complète est donnée dans le livre de Waldron²¹⁾]. Ces auteurs ont aussi démontré que les ondes hybrides inverses peuvent exister dans les structures non périodiques²²⁾. On a trouvé une relation étroite entre la dégénérescence des fréquences de deux modes hybrides adjacents et l'existence du phénomène des ondes inverses^{23,24)}.

Vaghin et al.²⁵⁾ ont discuté la forme des courbes de dispersion dans le cas de la dégénérescence du point de coupure pour un guide circulaire chargé d'iris diélectriques. L'existence d'ondes inverses dans cette structure a été démontrée.

Vaghin²⁶⁾ a donné la preuve mathématique que la dégénérescence des fréquences de coupure de deux modes hybrides adjacents est une condition suffisante d'existence des ondes inverses.

Un autre phénomène très intéressant, en relation avec la propagation des ondes hybrides, est l'existence d'ondes ayant une constante de propagation complexe dans une structure sans pertes. Clarricoats et Taylor²⁷⁾ ont donné quelques régions de fréquences, où les ondes complexes peuvent exister pour une structure avec tige diélectrique.

Aleksandrov et al.¹²⁾ ont obtenu la relation de dispersion des ondes complexes pour le guide à iris et étudié toutes les propriétés de ces ondes.

Fainberg et Gorbatenko²⁸⁾ ont montré que dans un magnétoplasma les ondes symétriques ont le caractère hybride.

Les propriétés des ondes hybrides non symétriques dans différentes structures avec plasma ont été étudiées par Berrett et Johnson²⁹⁾ et Brodsky et al.³⁰⁾.

Hahn et Halama³¹⁾ aussi bien que Aleksandrov et al.³²⁾ ont considéré la question du choix des paramètres optimaux pour les déflecteurs. Dans la dernière publication³²⁾ le rôle important du paramètre E_p/E_0 est évoqué. Le premier essai de mesure de ce paramètre dans un guide à iris déflecteur a été fait par Yampolsky et Kotov³³⁾. La méthode de mesure de E_p/E_0 a été développée, et des résultats plus précis ont été obtenus par Bernard et al.³⁴⁾. Les auteurs ont proposé une méthode d'optimisation des structures. Bernard et al.^{35,36)} ont mesuré l'autre paramètre très important, H_p/E_0 , et ont considéré l'application de leurs résultats aux déflecteurs supraconducteurs.

OBJET DU RAPPORT

Ce travail est consacré à l'étude théorique et expérimentale des propriétés des ondes hybrides dans différentes structures cylindriques.

La partie expérimentale, que nous présentons ici, a été effectuée en collaboration avec le Groupe du séparateur HF du CERN, en particulier avec la participation de mes collègues Ph. Bernard et H. Lengeler.

Dans le chapitre I, on donne la théorie générale des ondes hybrides. On considère les propriétés déflectrices et focalisantes des ondes hybrides. On montre que les ondes hybrides se propageant dans une colonne de plasma soumis à un champ magnétique extérieur infini ont les mêmes propriétés déflectrices et focalisantes que dans le vide.

Pour étudier les ondes hybrides, on a choisi un modèle général de structure : guide cylindrique rempli par deux couches coaxiales de diélectriques anisotropes. Ce modèle comprend un grand nombre de structures déflectrices et focalisantes possibles. Le critère d'existence des ondes inverses pour le modèle choisi est prouvé de manière rigoureuse. Le problème des ondes complexes est discuté, et la méthode pour obtenir la relation de dispersion est présentée.

Le chapitre II est consacré à l'étude des ondes hybrides dans le guide d'ondes à iris pour trois cas :

- Normal;
- Partiellement rempli de diélectrique;
- Avec une colonne de magnétoplasma.

Les paramètres fondamentaux de la structure défectrice sont présentés. L'influence du diélectrique et du plasma sur les propriétés du mode défecteur est discutée. Les résultats des calculs de tous les paramètres défecteurs de base sont présentés d'une manière systématique. Les propriétés des ondes complexes sont étudiées.

Le chapitre III est consacré à l'étude des structures défectrices cylindriques partiellement remplies de diélectrique :

- Guide d'ondes avec tube de diélectrique;
- Guide d'ondes avec tube de diélectrique et colonne de plasma;
- Guide d'ondes chargé d'iris diélectriques.

Pour le premier modèle, l'ensemble des paramètres calculés, y compris E_p/E_0 , sont présentés. L'influence du magnétoplasma sur les propriétés défectrices est discutée.

Le chapitre IV est consacré à l'étude expérimentale des cavités défectrices à iris. La configuration des champs sur la surface des cavités ainsi que les paramètres ont été mesurés par la méthode de perturbation. Ces mesures sont présentées d'une manière systématique pour une grande variété de paramètres. L'application des résultats expérimentaux est discutée.

Dans l'appendice I, quelques propriétés des fonctions de Bessel sont données. Dans l'appendice II, la relation entre les flux d'énergie et l'énergie totale emmagasinée pour les ondes hybrides est déduite. Dans l'appendice III, l'application de la présente théorie aux structures accélératrices est discutée.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552011_0013

CHAPITRE I

PROPRIETES GENERALES DES ONDES HYBRIDES DANS LES STRUCTURES CYLINDRIQUES

1. PROPAGATION DES ONDES DANS UN GUIDE CYLINDRIQUE REPLI DE DIELECTRIQUE HOMOGENE ET ISOTROPE

Nous allons rappeler brièvement les principaux résultats de la propagation des ondes guidées par des conducteurs cylindriques métalliques parfaits, entièrement remplis d'un diélectrique parfaitement homogène et isotrope. Nous utiliserons un système de coordonnées cylindriques r, θ et z , et un système d'unités CGS gauss.

Le champ électromagnétique d'une onde qui se propage sans atténuation suivant un axe Oz peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{E}, \vec{H} \sim e^{j(\omega t - \alpha z)} \cdot e^{-i\nu\theta}, \quad (\text{I.1})$$

où α est la constante de propagation, ω est la fréquence angulaire, $\nu = 0, 1, 2, 3, \dots$ est l'ordre de la symétrie azimutale^{*)}, j et i sont les unités imaginaires^{**)}.

Dans un milieu diélectrique, caractérisé par sa constante ϵ , les équations de Maxwell, en l'absence de sources extérieures, s'écrivent :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (\text{I.2})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (\text{I.3})$$

$$\text{div } \vec{D} = 0, \quad (\text{I.4})$$

$$\text{div } \vec{H} = 0, \quad (\text{I.5})$$

avec la relation :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}. \quad (\text{I.6})$$

D'après les équations (I.2) et (I.3), et compte tenu de (I.1) et (I.6), on obtient les six relations suivantes entre les composantes des champs :

*) Par la suite nous appellerons les ondes qui ont la symétrie cylindrique ondes symétriques, et les ondes qui ont la symétrie d'ordre supérieur ($\nu \neq 0$ c'est-à-dire $\nu = 1, 2, 3, \dots$) ondes multipolaires.

**) En introduisant deux symboles différents pour les unités imaginaires, on peut séparer le rôle des variables t et θ .

$$-\frac{i\nu}{z} H_z + j\alpha H_\theta = jk\epsilon E_z, \quad (I.7a)$$

$$-j\alpha H_z - \frac{\partial H_z}{\partial z} = jk\epsilon E_\theta, \quad (I.7b)$$

$$-\frac{i\nu}{z} E_z + j\alpha E_\theta = -jk H_z, \quad (I.7c)$$

$$-j\alpha E_z - \frac{\partial E_z}{\partial z} = -jk H_\theta, \quad (I.7d)$$

$$\frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} (z H_\theta) + \frac{i\nu}{z} H_z = jk\epsilon E_z, \quad (I.7e)$$

$$\frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} (z E_\theta) + \frac{i\nu}{z} E_z = -jk H_z. \quad (I.7f)$$

En utilisant les quatre premières équations (I.7a, b, c, d), on peut exprimer les composantes transversales E_θ , E_r , H_θ et H_r par les composantes longitudinales E_z et H_z :

$$j\gamma_1^2 k^2 E_z = \alpha \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{i\nu k}{z} H_z, \quad (I.8a)$$

$$j\gamma_1^2 k^2 H_z = \frac{i\nu k}{z} \epsilon E_z + \alpha \frac{\partial H_z}{\partial z}, \quad (I.8b)$$

$$j\gamma_1^2 k^2 E_\theta = -\frac{i\nu \alpha}{z} E_z - k \frac{\partial H_z}{\partial z}, \quad (I.8c)$$

$$j\gamma_1^2 k^2 H_\theta = \epsilon k \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{i\nu \alpha}{z} H_z, \quad (I.8d)$$

où $\gamma_1^2 \equiv \epsilon - (\alpha/k)^2$.

Par substitution de (I.8a) et (I.8c) dans (I.7f), et de (I.8b) et (I.8d) dans (I.7e), on obtient les deux équations de Bessel indépendantes, pour les composantes longitudinales E_z et H_z :

$$\Delta_1 E_z + k_1^2 E_z = 0, \quad (I.9)$$

$$\Delta_1 H_z + k_1^2 H_z = 0,$$

où $k_1^2 = \gamma_1^2 k^2$, et l'opérateur est :

$$\Delta_1 = \Delta_z - \left(\frac{\nu}{z}\right)^2, \quad \Delta_z = \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial}{\partial z} \right).$$

Les solutions des équations (I.9) s'écrivent [en éliminant le facteur $e^{j/(\omega t - \alpha z)} \cdot e^{-i\nu\theta}$] :

$$E_z = \gamma_1^2 A J_\nu(\gamma_1 k z), \quad H_z = \gamma_1^2 B J_\nu(\gamma_1 k z), \quad (I.10)$$

où A et B sont des constantes indépendantes^{*)}.

*) Il est plus intéressant d'écrire les composantes longitudinales E_z et H_z avec le paramètre γ_1 , car cela permet d'obtenir directement les expressions des champs lorsque la vitesse de phase est égale à celle de la lumière dans le milieu considéré ($\gamma_1 \rightarrow 0$).

En substituant E_z (ou H_z) de (I.10) dans (I.8), on obtient deux groupes indépendants de composantes, correspondant respectivement aux ondes TM et TE :

$$\begin{aligned} E_z &= \gamma_1^2 A \gamma_\nu, \\ E_r &= -j A \frac{\gamma}{k^2} \left(\frac{\nu}{k^2} \gamma_\nu - \gamma_1 \gamma_{\nu r} \right), \quad E_\theta = j A \frac{\gamma}{k^2} \cdot \frac{\nu}{k^2} \gamma_\nu, \\ H_\theta &= -j A \varepsilon \left(\frac{\nu}{k^2} \gamma_\nu - \gamma_1 \gamma_{\nu r} \right), \quad H_z = -j i A \varepsilon \frac{\nu}{k^2} \gamma_\nu. \\ H_z &= \gamma_1^2 B \gamma_\nu, \end{aligned} \quad (I.11)$$

$$\begin{aligned} E_z &= j i B \frac{\nu}{k^2} \gamma_\nu, \quad E_\theta = j B \left(\frac{\nu}{k^2} \gamma_\nu - \gamma_1 \gamma_{\nu r} \right), \\ H_\theta &= j i B \frac{\gamma}{k^2} \cdot \frac{\nu}{k^2} \gamma_\nu, \quad H_z = j B \frac{\gamma}{k^2} \left(\frac{\nu}{k^2} \gamma_\nu - \gamma_1 \gamma_{\nu r} \right). \end{aligned} \quad (I.12)$$

Compte tenu des conditions aux limites ($E_z = 0$ et $E_\theta = 0$ pour $r = b$, où b est le rayon du guide), on obtient entre la fréquence et la constante de propagation les relations suivantes :

- Ondes TE :

$$\varepsilon k^2 - \alpha^2 = \frac{\alpha_{\nu m}^2}{b^2},$$

- Ondes TM :

$$\varepsilon k^2 - \alpha^2 = \frac{\beta_{\nu n}^2}{b^2},$$

où $\alpha_{\nu m}$ est la m^e racine et $\beta_{\nu n}$ est la n^e racine des équations respectives :

$$\gamma'_\nu(\gamma_1 k b) = 0, \quad \text{et} \quad \gamma_\nu(\gamma_1 k b) = 0.$$

Nous obtenons le résultat connu : dans un guide cylindrique, rempli de diélectrique homogène et isotrope, il existe deux types d'ondes indépendantes TE et TM. Par contre, les ondes électromagnétiques qui se propagent dans un diélectrique anisotrope ont généralement un caractère hybride, c'est-à-dire qu'aucune des six composantes du champ E_z , E_r , E_θ et H_z , H_r , H_θ ne s'annule. Comme exemple d'un tel milieu, on peut prendre un diélectrique anisotrope ou un plasma.

2. CARACTERE HYBRIDE DES ONDES QUI SE PROPAGENT DANS UN DIELECTRIQUE ANISOTROPE ANALOGUE A UN CRISTAL BIREFRINGENT

Ce milieu est caractérisé par le tenseur diagonal suivant :

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_z & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}. \quad (I.13)$$

En utilisant les équations de Maxwell [(I.2) à (I.5)] et $\vec{D} = \hat{\epsilon}\vec{E}$, on peut exprimer de la même façon [voir éq. (I.8)] les composantes transversales en fonction de E_z et H_z :

$$\begin{aligned} jk_z^2 E_z &= x \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{i\nu k}{z} H_z & jk_\theta^2 H_z &= \frac{i\nu}{z} k_\theta E_z + x \frac{\partial H_z}{\partial z}, \\ jk_\theta^2 E_\theta &= -\frac{i\nu}{z} x E_z - k \frac{\partial H_z}{\partial z} & jk_z^2 H_\theta &= \epsilon_z k \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{i\nu}{z} x H_z, \end{aligned} \quad (I.14)$$

où :

$$k_z^2 = k^2 \epsilon_z - x^2 \quad k_\theta^2 = k^2 \epsilon_\theta - x^2.$$

Contrairement aux équations (I.9) les composantes longitudinales se déterminent par un système d'équations couplées :

$$\begin{aligned} \Delta_z E_z - \left(\frac{\nu}{z}\right)^2 \left(\frac{k_z}{k_\theta}\right)^2 \frac{\epsilon_\theta}{\epsilon_z} E_z + k_z^2 \frac{\epsilon_z}{\epsilon_z} E_z &= -i\nu x (\epsilon_\theta \epsilon_z) \frac{k}{z \epsilon_\theta k_\theta^2} \frac{\partial H_z}{\partial z}, \\ \Delta_z H_z - \left(\frac{\nu}{z}\right)^2 \left(\frac{k_\theta}{k_z}\right)^2 H_z + k_\theta^2 H_z &= i\nu x (\epsilon_\theta \epsilon_z) \frac{k}{z k_z^2} \frac{\partial E_z}{\partial z}, \end{aligned} \quad (I.15)$$

ce qui montre le caractère hybride des ondes.

On peut voir que les ondes symétriques ($\nu = 0$) n'ont pas le caractère hybride, car dans ce cas les équations (I.15) se découplent et deviennent indépendantes. Les ondes multipolaires dégénèrent en ondes TM et TE seulement dans deux cas particuliers, isotropie dans un plan transversal ($\epsilon_r = \epsilon_\theta$) et à la fréquence de coupure ($x = 0$).

3. PROPAGATION DES ONDES DANS UN MAGNETOPLASMA (LIMITE OU ILLIMITE)

Etudions le cas du plasma homogène, qui se trouve dans un champ magnétique extérieur B_0 , dirigé le long de l'axe Oz et le long de la direction de propagation de l'onde électromagnétique.

Dans tout ce qui suit, nous nous limiterons au cas des hautes fréquences [$\omega \gg \Omega_B$, où $\Omega_B = (eB_0/Mc)$ est la fréquence gyromagnétique et M est la masse des ions], pour lesquelles on peut négliger les ions. En présence d'un champ magnétique extérieur B_0 , le plasma électronique (sans collisions) est caractérisé par le tenseur suivant^{28,36,37} :

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & j\epsilon_2 & 0 \\ -j\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (I.16)$$

dont les composantes sont données sous la forme :

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\omega_B \omega_p^2}{\omega(\omega^2 - \omega_B^2)}, \quad \varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (I.17)$$

où $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m}$ est la fréquence du plasma électronique [n_0 étant la densité des électrons dans le plasma, e et m étant respectivement la charge et la masse des électrons; on a $\omega_p = 5,6 \times 10^4 \sqrt{n_0}$ (rad/sec), avec n_0 en cm^3],
et $\omega_B = eB_0 / mc$ est la fréquence gyromagnétique des électrons ($\omega_B = 1,76 \times 10^7 B_0$, avec B_0 en gauss).

En utilisant les équations de Maxwell [(I.2) à (I.5)] et $\vec{D} = \hat{\varepsilon} \vec{E}$, on peut exprimer les composantes transversales en fonction de E_z et H_z :

$$\begin{aligned} \sigma_3^2 E_\theta &= j \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \frac{i\nu}{kz} \frac{x}{k} \sigma_2^2 E_z + \varepsilon_2 \frac{x}{k} \frac{1}{k} \frac{\partial E_z}{\partial z} - \varepsilon_2 \frac{i\nu}{kz} H_z + j \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \sigma_2^2 \frac{1}{k} \frac{\partial H_z}{\partial z}, \\ \sigma_3^2 E_z &= -\varepsilon_2 \frac{i\nu}{kz} \frac{x}{k} E_z - j \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \frac{x}{k} \sigma_2^2 \frac{1}{k} \frac{\partial E_z}{\partial z} + j \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \frac{i\nu}{kz} \sigma_2^2 H_z + \varepsilon_2 \frac{1}{k} \frac{\partial H_z}{\partial z}, \\ \sigma_3^2 H_\theta &= \varepsilon_2 \frac{i\nu}{kz} \frac{x}{k} E_z - j \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \sigma_1^2 \frac{1}{k} \frac{\partial E_z}{\partial z} + j \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \frac{i\nu}{kz} \frac{x}{k} \sigma_2^2 H_z + \varepsilon_2 \frac{x}{k} \frac{1}{k} \frac{\partial H_z}{\partial z}, \\ \sigma_3^2 H_z &= -j \sigma_1^2 \frac{i\nu}{kz} E_z - \varepsilon_2 \left(\frac{x}{k} \right)^2 \frac{1}{k} \frac{\partial E_z}{\partial z} + \varepsilon_2 \frac{i\nu}{kz} \frac{x}{k} H_z - j \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \frac{x}{k} \sigma_2^2 \frac{1}{k} \frac{\partial H_z}{\partial z}, \end{aligned} \quad (I.18)$$

où :

$$\sigma_1^2 = \frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{\varepsilon_1} - \left(\frac{x}{k} \right)^2, \quad \sigma_2^2 = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \left[\varepsilon_1 - \left(\frac{x}{k} \right)^2 \right], \quad \sigma_3^2 = \left[\varepsilon_1 - \left(\frac{x}{k} \right)^2 \right]^2 - \varepsilon_2^2.$$

Par analogie avec la transformation qui conduit de (I.8) à (I.9) on obtient :

$$\Delta_1 E_z + \sigma_2^2 k^2 E_z = j \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} x k H_z, \quad \Delta_1 H_z + \sigma_1^2 k^2 H_z = -j \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} x k E_z. \quad (I.19)$$

Une fois de plus, et contrairement aux équations (I.9), les composantes longitudinales E_z et H_z sont déterminées par un système d'équations couplées, ce qui montre le caractère hybride des ondes qui se propagent dans un magnétoplasma.

Comme on peut le voir à partir du système d'équations (I.19), l'existence des ondes hybrides dans un plasma est due à la présence des composantes non diagonales $\pm j\varepsilon_2$ du tenseur (I.16). Dans ce cas, non seulement les ondes multipolaires ($\nu \neq 0$), mais aussi les ondes symétriques ($\nu = 0$), ont un caractère hybride.

D'après Fainberg et Gorbatenko²⁸), et en effectuant quelques transformations simples de (I.19), on peut obtenir deux équations, chacune contenant seulement une composante longitudinale du champ (soit E_z , soit H_z) :

$$\begin{aligned}\Delta_{\perp}^2 E_z + 2s \Delta_{\perp} E_z + q E_z &= 0, \\ \Delta_{\perp}^2 H_z + 2s \Delta_{\perp} H_z + q H_z &= 0,\end{aligned}\tag{I.20}$$

où :

$$\Delta_{\perp}^2 = \Delta_{\perp}(\Delta_{\perp}), \quad 2s = (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2)/k^2 \quad \text{et} \quad q = \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} \epsilon_3^2 / 4.$$

Il est préférable de chercher pour ces équations des solutions sous la forme :

$$\Delta_{\perp} E_z^{(1,2)} + k_{1,2}^2 E_z^{(1,2)} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta_{\perp} H_z^{(1,2)} + k_{1,2}^2 H_z^{(1,2)} = 0.\tag{I.21}$$

Par substitution de (I.21) dans (I.20), on obtient l'équation du quatrième ordre :

$$k^4 - 2s k^2 + q = 0,\tag{I.22}$$

d'où :

$$k_1^2 = s - \sqrt{s^2 - q} \quad \text{et} \quad k_2^2 = s + \sqrt{s^2 - q}.$$

La solution générale pour les composantes longitudinales du champ s'écrit :

$$E_z = E_1 + E_2 \quad \text{et} \quad H_z = H_1 + H_2,\tag{I.23}$$

où E_1, H_1 et E_2, H_2 sont les solutions des équations de Bessel (I.21) respectivement pour l'indice 1 et l'indice 2. Par substitution de (I.23) dans (I.19), la solution générale peut être mise sous la forme :

$$E_z = E_2 + j\rho_1 H_1 \quad \text{et} \quad H_z = H_1 - j\rho_2 E_2,\tag{I.24}$$

où :

$$\rho_1 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \frac{x k}{\epsilon_2^2 - k_1^2} \quad \text{et} \quad \rho_2 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \frac{\epsilon_3 x k}{\epsilon_1^2 - k_2^2}.\tag{I.25}$$

Dans les deux cas extrêmes suivants (un plasma isotrope ou un plasma en présence d'un champ magnétique extérieur infini), le tenseur (I.16) se transforme en tenseur diagonal ($\pm j\epsilon_2 = 0$) et les ondes dégénèrent en ondes du type TM et TE.

a) En effet, si $B_0 = 0$, le plasma se comporte comme un diélectrique isotrope, le tenseur se transforme en un scalaire :

$$\hat{\epsilon} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\tag{I.26}$$

et les équations de Bessel prennent la forme habituelle :

$$\Delta_{\perp} E_z + k_1^2 E_z = 0, \quad (I.27a)$$

$$\Delta_{\perp} H_z + k_1^2 H_z = 0, \quad (I.27b)$$

avec :

$$k_1^2 = k_2^2 = (1 - \chi_0^2) k^2 - \chi^2 \quad \text{et} \quad \chi_0^2 = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \quad (I.28)$$

b) Dans le cas $B_0 \rightarrow \infty$ [$\omega_B \gg \omega$ et $\omega_B \gg (\omega_p^2/\omega)$], le tenseur se transforme en tenseur diagonal :

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \chi_0^2 \end{pmatrix}. \quad (I.29)$$

On a alors :

$$\rho_1 = \rho_2 = 0, \quad k_1^2 = k^2 - \chi^2 \quad \text{et} \quad k_2^2 = (1 - \chi_0^2) k_1^2. \quad (I.30)$$

Les équations de Bessel (I.19) deviennent indépendantes et s'écrivent :

$$\Delta_{\perp} E_z + k_2^2 E_z = 0 \quad (I.31a)$$

$$\Delta_{\perp} H_z + k_1^2 H_z = 0. \quad (I.31b)$$

4. PROPRIETES DEFLECTRICES ET FOCALISANTES DES ONDES HYBRIDES

Considérons l'interaction des particules chargées avec des ondes hybrides. Prenons l'exemple d'une structure cylindrique où peuvent exister des ondes hybrides et qui a, le long de son axe, une région vide ($\epsilon = 1$) de rayon a . Admettons que dans cette région une particule chargée de vitesse v se déplace parallèlement à l'axe et que dans la même direction se propage, sans atténuation, une onde hybride. Dans ce cas, l'expression de la force transversale agissant sur cette particule est donnée¹⁰⁾ par :

$$\vec{F}_{\perp} = j \frac{e}{x} \left\{ \frac{1 - \beta \beta_{ph}}{1 - \beta_{ph}^2} \vec{\nabla}_{\perp} E_z + \frac{\beta \cdot \beta_{ph}}{1 - \beta_{ph}^2} \left[\vec{u}_{\perp} \times \vec{\nabla}_{\perp} H_z \right] \right\} e^{j[\omega t (1 - \frac{\beta}{\beta_{ph}}) + \varphi]}, \quad (I.32)$$

où $\vec{\nabla}_{\perp} = \vec{u}_r (\partial/\partial r) + \vec{u}_{\theta} (1/r) (\partial/\partial \theta)$, $\beta_{ph} = (v_{ph}/c)$ est la vitesse de phase de l'onde, $\vec{u}_r$, $\vec{u}_{\theta}$ et $\vec{u}_z$ sont des vecteurs unitaires, et φ est la phase de la particule par rapport à l'onde.

Dans le cas d'une particule synchrone avec l'onde ($\beta = \beta_{ph}$), l'expression (I.32) se simplifie beaucoup :

$$\vec{F}_{\perp} = j \frac{e}{x} \vec{\nabla}_{\perp} E_z. \quad (I.33)$$

Par la suite, nous poserons $\phi = \pi/2$, c'est-à-dire que nous considérerons toujours l'amplitude de la force.

Dans le cas des particules ultrarelativistes chargées, dont la vitesse est pratiquement égale à celle de la lumière, et qui se déplacent en synchronisme avec l'onde hybride ($\beta \approx \beta_{ph} = 1$), on obtient à partir de (I.33) :

$$F_z = j \frac{e}{k} \vec{\nabla}_\perp E_z. \quad (I.34)$$

Cette expression est valable pour tous les types d'ondes. En particulier, il est simple de démontrer que pour les TM et TE la force transversale est égale à zéro^{10,16)}, tandis que pour les ondes hybrides elle ne s'annule pas.

Déduisons l'expression de la force transversale dans la région vide pour le cas $\beta_{ph} = 1$. La composante E_z est la solution de l'équation de Bessel (I.9a) et peut être présentée sous la forme suivante :

$$E_z = A \frac{J_\nu(k_1 r)}{J_\nu(k_1 a)} e^{-i\nu\theta}, \quad (I.35)$$

où la constante A est égale à E_z obtenue pour $r = a$:

$$A = (E_z)_{r=a}. \quad (I.36)$$

En combinant (I.35) avec (I.34) et en faisant tendre k_1 vers zéro, nous obtenons :

$$F_z = A e \frac{\nu}{ka} \cdot \left(\frac{r}{a}\right)^{\nu-1} \cdot e^{-i\nu\theta}. \quad (I.37)$$

En particulier, pour $\nu = 1$, la force F_z est uniforme (sans aberration) dans toute la région vide, et est égale à :

$$F_z = e E_0 e^{-i\theta}, \quad (I.38)$$

où E_0 est le champ défecteur équivalent.

D'après (I.36), on a :

$$E_0 = \frac{(E_z)_{r=a}}{ka}. \quad (I.39)$$

Pour $\nu = 2, 3, 4, \dots$, la force F_z sur les particules des hautes énergies est équivalente à la force d'une lentille multipolaire, possédant un nombre de pôles égal à 2ν . Par exemple, pour $\nu = 2$ en coordonnées cartésiennes on a :

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{2eA}{ka} \cdot \left(\frac{x}{a}\right) = e G x, \\ F_y &= -\frac{2eA}{ka} \cdot \left(\frac{y}{a}\right) = -e G y, \end{aligned} \quad (I.40)$$

où :

$$G = \frac{2A}{ka^2} \quad (I.41)$$

est le gradient équivalent.

Cette force défocalise les particules dans la direction x, et les focalise dans la direction y, c'est-à-dire qu'elle agit sur la particule comme une lentille quadripolaire. On peut remplacer la région vide de notre structure par une colonne de plasma (de rayon $r = a$), ce qui nous donne une nouvelle variante de structure.

Parmi les trois cas possibles de plasma [plasma isotrope ($B_0 = 0$); plasma soumis à un champ magnétique modéré; plasma soumis à un champ magnétique infini], seul ce dernier cas nous intéresse, car la force F, tout comme dans le cas de la région centrale vide, est sans aberration. En effet, dans ce cas, le plasma est caractérisé par le tenseur diagonal (I.29), et la composante E_z est la solution de l'équation (I.31a). Si $\gamma_0^2 > 1$, la solution pour E_z s'écrit :

$$E_z = A \frac{I_\nu(\tilde{k}_2 r)}{I_\nu(\tilde{k}_2 a)} e^{-i\nu\theta}, \quad (I.42)$$

où :

$$\tilde{k}_2^2 = (\gamma_0^2 - 1) \cdot (k^2 - x^2) .$$

En portant (I.42) dans (I.3) et en faisant tendre k vers x , nous obtenons l'expression pour la force transversale, qui est identique à l'expression (I.37) pour la région vide.

Notons que, généralement, on doit tenir compte de l'influence du champ magnétique extérieur B_0 sur le mouvement des particules défléchies. Cependant, on peut montrer que pour le cas :

$$\Omega_p \ll 2\pi \cdot \frac{c}{\ell}, \quad (I.43)$$

cette influence est négligeable. Dans (I.43), Ω_p est la fréquence gyromagnétique et M_p est la masse relativiste des particules défléchies; ℓ est la longueur du déflecteur rempli de magnétoplasma. La condition (I.43) limite donc la valeur maximale de B_0 .

5. CHOIX DU MODELE GENERAL DE STRUCTURE

Pour étudier les propriétés des ondes hybrides, nous allons choisir maintenant comme modèle général de structure un guide cylindrique rempli de deux couches diélectriques coaxiales homogènes et anisotropes (voir fig. 1), chacune d'elles étant caractérisée par le tenseur diagonal dégénéré ($\epsilon_r = \epsilon_\theta$) :

- Région I ($r \leq a$) :

$$\hat{\epsilon}_I = \begin{pmatrix} \epsilon_{1r} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{1r} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{1z} \end{pmatrix}. \quad (I.44)$$

- Région II ($a \leq r \leq b$) :

$$\hat{\epsilon}_{II} = \begin{pmatrix} \epsilon_{2r} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{2r} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{2z} \end{pmatrix}. \quad (I.45)$$

De tout ce qui précède (voir section 2), on déduit que dans chacun de ces milieux pris séparément, les ondes hybrides ne peuvent pas exister à cause de l'isotropie des propriétés diélectriques dans le plan transversal. Mais nous allons montrer ci-après que pour le modèle choisi, les ondes multipolaires ont généralement le caractère hybride. On explique cela par le fait que le changement des propriétés diélectriques à la limite des deux couches crée un couplage des modes TM et TE. Le modèle choisi est assez général, car il inclut plusieurs cas importants de structures diélectriques (réalisables ou existantes).

En effet, le milieu I peut être : a) le vide; b) une colonne de plasma plongée dans un champ magnétique axial infini. Dans ce cas on a toujours $\epsilon_{1r} = 1$. Le milieu II peut être : a) un diélectrique homogène et isotrope; b) un ensemble d'iris diélectriques; c) un ensemble d'iris métalliques; d) un ensemble d'iris diélectriques et métalliques.

Le tenseur de type (I.45) représente les propriétés d'un milieu constitué de couches alternées, perpendiculaires à l'axe, de deux diélectriques isotropes ayant respectivement les constantes diélectriques ϵ_1 et ϵ_2 et les épaisseurs d_1 et d_2 , à la condition que :

$$D = d_1 + d_2 \ll \lambda_g, \quad (\text{I.46})$$

où D est une période et λ_g est la longueur d'onde dans le guide. Dans ces conditions, les composantes du tenseur (I.45) s'expriment de la manière suivante³⁸⁾ :

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_1 \frac{d_1}{D} + \epsilon_2 \frac{d_2}{D} \quad \epsilon_{zz} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 \frac{d_2}{D} + \epsilon_2 \frac{d_1}{D}}. \quad (\text{I.47})$$

En particulier, en posant $\epsilon_1 = 1$ et $\epsilon_2 = \epsilon$, on obtient le cas d'un guide cylindrique chargé d'iris diélectriques. Les formules (I.47) sont également valables dans le cas d'iris métalliques, si l'on pose $\epsilon_2 \rightarrow -\infty$ et en supposant que d_2 est l'épaisseur de ces iris. On aura alors le tenseur suivant :

$$\hat{\epsilon}_{\underline{II}} = \begin{pmatrix} -\infty & 0 & 0 \\ 0 & -\infty & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_1 \frac{D}{d_1} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.48})$$

Nous démontrerons ultérieurement que, dans l'approximation d'un pas D petit par rapport à la longueur d'onde, on peut représenter à l'aide de ce tenseur les propriétés d'un guide chargé par des iris métalliques, si l'épaisseur de ces iris est petite par rapport au pas, c'est-à-dire :

$$d_2 \ll D. \quad (\text{I.49})$$

6. EXPRESSIONS DES CHAMPS

Nous allons déduire maintenant les expressions des champs pour le modèle général [voir fig. 1 et les formules (I.44) et (I.45)]. Utilisons les résultats obtenus à la

section 2. En posant $\epsilon_r = \epsilon_0$ dans (I.15), et en y remplaçant ϵ_r par ϵ_{1r} et ϵ_{2r} et ϵ_z par ϵ_{1z} et ϵ_{2z} , pour les régions I et II respectivement, on obtient les équations de Bessel pour les composantes longitudinales et :

- Région I :

$$\begin{aligned} \Delta_1 E_z + \Gamma_1^2 k^2 E_z &= 0, \\ \Delta_1 H_z + \gamma_1^2 k^2 H_z &= 0, \end{aligned} \quad (I.50)$$

- Région II :

$$\begin{aligned} \Delta_2 E_z + \Gamma_2^2 k^2 E_z &= 0, \\ \Delta_2 H_z + \gamma_2^2 k^2 H_z &= 0, \end{aligned} \quad (I.51)$$

où :

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 &= \epsilon_{1z} - \left(\frac{x}{k}\right)^2, \quad \Gamma_1^2 = \eta_1^2 \gamma_1^2, \quad \eta_1^2 = \frac{\epsilon_{1z}}{\epsilon_{1z}}, \\ \gamma_2^2 &= \epsilon_{2z} - \left(\frac{x}{k}\right)^2, \quad \Gamma_2^2 = \eta_2^2 \gamma_2^2, \quad \eta_2^2 = \frac{\epsilon_{2z}}{\epsilon_{2z}}. \end{aligned} \quad (I.52)$$

Compte tenu des conditions aux limites pour E_z et H_z :

$$\begin{aligned} E_z &= 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \quad \text{pour} \quad z = b, \\ E_z^+ &= E_z^- \quad \text{et} \quad H_z^+ = H_z^- \quad \text{pour} \quad z = a, \end{aligned} \quad (I.53)$$

et d'après (I.50) et (I.51) les composantes longitudinales peuvent être mises sous la forme :

$$\text{- Région I :} \quad E_z = A \frac{\gamma_\nu(\Gamma_1 k z)}{\gamma_\nu(\Gamma_1 k a)}, \quad H_z = -i B \frac{\gamma_\nu(\gamma_1 k z)}{\gamma_\nu(\gamma_1 k a)}, \quad (I.54)$$

$$\text{- Région II :} \quad E_z = A \frac{\varphi_{\nu,\nu}(\Gamma_2 k b, \Gamma_2 k z)}{\varphi_{\nu,\nu}(\Gamma_2 k b, \Gamma_2 k a)}, \quad H_z = -i B \frac{\varphi_{\nu,\nu}(\gamma_2 k b, \gamma_2 k z)}{\varphi_{\nu,\nu}(\gamma_2 k b, \gamma_2 k a)}, \quad (I.55)$$

où A et B sont des constantes non indépendantes.

La définition des fonctions $\psi_{\nu,\nu}$, $\psi_{\nu,\nu+1}$, $\phi_{\nu,\nu}$, $\phi_{\nu,\nu+1}$ est donnée dans l'appendice I.

D'une manière analogue [voir section 1 et équ. (I.8)], on peut exprimer les composantes transversales en fonction des composantes longitudinales :

- Région I :

$$\begin{aligned} j\gamma_1^2 k^2 E_z &= x \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{i\nu}{z} k H_z, \quad j\gamma_1^2 k^2 H_z = \frac{i\nu}{z} k \epsilon_{1z} E_z + x \frac{\partial H_z}{\partial z}, \\ j\gamma_1^2 k^2 E_\theta &= -\frac{i\nu}{z} x E_z - k \frac{\partial H_z}{\partial z}, \quad j\gamma_1^2 k^2 H_\theta = \epsilon_{1z} k \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{i\nu}{z} x H_z. \end{aligned} \quad (I.56)$$

- Région II :

$$\begin{aligned} j\gamma_2^2 k^2 E_z &= \alpha \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{i\nu}{z} k H_z, \quad j\gamma_2^2 k^2 H_z = \frac{i\nu}{z} k \epsilon_{2z} E_z + \alpha \frac{\partial H_z}{\partial z}, \\ j\gamma_2^2 k^2 E_\theta &= -\frac{i\nu}{z} \alpha E_z - k \frac{\partial H_\theta}{\partial z}, \quad j\gamma_2^2 k^2 H_\theta = \epsilon_{2z} k \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{i\nu}{z} \alpha H_z. \end{aligned} \quad (I.57)$$

Afin de trouver le rapport entre A et B il faut tenir compte des conditions aux limites pour E_θ et H_θ (ou E_r et H_r) à la surface $r = a$:

$$E_\theta^+ = E_\theta^- \quad \text{et} \quad H_\theta^+ = H_\theta^-. \quad (I.58)$$

En utilisant (I.56), (I.57) et (I.58), et après quelques transformations simples, on obtient un système d'équations homogènes par rapport à A et B :

$$\begin{aligned} A \frac{\nu}{ka} \cdot \frac{\alpha}{k} (\epsilon_{2z} - \epsilon_{1z}) - B \left[\gamma_1^2 \gamma_2^2 \Phi + \frac{\nu}{ka} (\epsilon_{2z} - \epsilon_{1z}) \right] &= 0, \\ A \left[\gamma_1^2 \gamma_2^2 \Psi + \frac{\nu}{ka} \left(\frac{\alpha}{k} \right)^2 (\epsilon_{2z} - \epsilon_{1z}) \right] - B \frac{\nu}{ka} \cdot \frac{\alpha}{k} (\epsilon_{2z} - \epsilon_{1z}) &= 0, \end{aligned} \quad (I.59)$$

où :

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{\epsilon_{2z}}{\gamma_2} \cdot \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}(\gamma_2 k a, \gamma_2 k a)}{\varphi_{\nu, \nu}(\gamma_2 k a, \gamma_2 k a)} - \frac{\epsilon_{1z}}{\gamma_1} \cdot \frac{\mathcal{I}_{\nu+1}(\gamma_1 k a)}{\mathcal{I}_\nu(\gamma_1 k a)}, \\ \Phi &= \frac{1}{\gamma_2} \cdot \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}(\gamma_2 k a, \gamma_2 k a)}{\varphi_{\nu, \nu}(\gamma_2 k a, \gamma_2 k a)} - \frac{1}{\gamma_1} \cdot \frac{\mathcal{I}_{\nu+1}(\gamma_1 k a)}{\mathcal{I}_\nu(\gamma_1 k a)}. \end{aligned} \quad (I.60)$$

Dans les deux cas $\gamma_1 = 0$ et $\gamma_2 = 0$, la relation entre A et B prend la forme simple :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 0, \quad \frac{\alpha}{k} = \sqrt{\epsilon_{1z}}, \quad A \sqrt{\epsilon_{1z}} = B, \\ \gamma_2 &= 0, \quad \frac{\alpha}{k} = \sqrt{\epsilon_{2z}}, \quad A \sqrt{\epsilon_{2z}} = B. \end{aligned} \quad (I.61)$$

Dans le cas $\epsilon_{1r} = 1$, qui nous intéresse surtout, il est possible et plus commode d'utiliser la représentation vectorielle avec les constantes p et q, introduites par Hahn⁽¹⁶⁾ :

$$A = p + \frac{\alpha}{k} q, \quad B = p \frac{\alpha}{k} + q. \quad (I.62)$$

En portant (I.62) dans (I.59) et (I.60) et en y posant $\epsilon_{1r} = 1$, on obtient :

$$\begin{aligned} p \frac{\alpha}{k} \Phi + q \left(\Phi + \frac{\nu}{ka} \cdot \frac{\epsilon_{2z} - 1}{\gamma_2^2} \right) &= 0, \\ p \Psi + q \frac{\alpha}{k} \left(\Psi - \frac{\nu}{ka} \cdot \frac{\epsilon_{2z} - 1}{\gamma_2^2} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (I.63)$$

Dans le cas particulier important où $\epsilon_{1r} = 1$ et où la vitesse de phase est égale à celle de la lumière ($\beta_{ph} = 1$), les expressions des composantes transversales dans la région I ne peuvent pas être obtenues directement à partir de (I.56). En effet, si l'on pose $\gamma_1^2 = 0$ dans (I.56), ces relations prennent une forme indéterminée. C'est pourquoi nous allons déduire les expressions des champs de la manière suivante. En portant (I.62) dans (I.54), on écrit les composantes et leurs dérivées sous la forme :

$$\begin{aligned} E_z &= \left(\rho + \frac{x}{k} q\right) \cdot \frac{J_\nu(\Gamma_1 k z)}{J_\nu(\Gamma_1 k a)}, \\ H_z &= -i \left(\rho \frac{x}{k} + q\right) \cdot \frac{J_\nu(\delta_1 k z)}{J_\nu(\delta_1 k a)}, \end{aligned} \quad (I.64)$$

et :

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial z} &= \left(\rho + \frac{x}{k} q\right) \cdot \Gamma_1 \left[\frac{\nu}{\Gamma_1 k z} \cdot \frac{J_\nu(\Gamma_1 k z)}{J_\nu(\Gamma_1 k a)} - \frac{J_{\nu+1}(\Gamma_1 k z)}{J_\nu(\Gamma_1 k a)} \right], \\ \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial z} &= -i \left(\rho \frac{x}{k} + q\right) \cdot \delta_1 \left[\frac{\nu}{\delta_1 k z} \cdot \frac{J_\nu(\delta_1 k z)}{J_\nu(\delta_1 k a)} - \frac{J_{\nu+1}(\delta_1 k z)}{J_\nu(\delta_1 k a)} \right]. \end{aligned} \quad (I.65)$$

Au voisinage de $\gamma_1 = 0$ (ce qui correspond à la condition $\beta_{ph} = 1$) on peut alors développer les fonctions (I.64) et (I.65) suivant les paramètres γ_1 et Γ_1 . En se limitant aux termes du second ordre, on obtient :

$$\begin{aligned} E_z &= \left(\rho + \frac{x}{k} q\right) \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^\nu \cdot (1 + \Gamma_1^2 F_2), \\ H_z &= -i \left(\rho \frac{x}{k} + q\right) \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^\nu \cdot (1 + \delta_1^2 F_2), \end{aligned} \quad (I.66)$$

et :

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial z} &= \left(\rho + \frac{x}{k} q\right) \cdot \left[F_1 (1 + \Gamma_1^2 F_2) - \Gamma_1^2 F_3 \right], \\ \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial z} &= -i \left(\rho \frac{x}{k} + q\right) \cdot \left[F_1 (1 + \delta_1^2 F_2) - \delta_1^2 F_3 \right], \end{aligned} \quad (I.67)$$

où :

$$F_1 = \frac{ka}{2(\nu+1)} \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu+1}; \quad F_2 = \frac{(ka)^2 (kz)^2}{4(\nu+1)}; \quad F_3 = \frac{\nu}{ka} \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1}. \quad (I.68)$$

En portant (I.67) et (I.68) dans (I.56) et en faisant tendre γ_1 vers zéro, les expressions définitives des champs dans la région I s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 E_z &= (p+q) \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^\nu, & H_z &= -i(p+q) \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^\nu, \\
 E_z &= j \left[(p+q) \cdot \epsilon_{12} \cdot \bar{F}_1 - (p+q) \cdot (\epsilon_{12}-1) \cdot \bar{F}_2 \cdot \bar{F}_3 + q \cdot F_3 \right], \\
 E_\theta &= j i \left[(p+q) \cdot F_1 + (p+q) \cdot (\epsilon_{12}-1) \cdot F_2 \cdot F_3 - q \cdot F_3 \right], \\
 H_z &= -j i \left[(p+q) \cdot F_1 + (p+q) \cdot (\epsilon_{12}-1) \cdot F_2 \cdot F_3 + p \cdot F_3 \right], \\
 H_\theta &= j \left[(p+q) \cdot \epsilon_{12} \cdot F_1 - (p+q) \cdot (\epsilon_{12}-1) \cdot F_2 \cdot F_3 - p \cdot F_3 \right],
 \end{aligned} \tag{I.69}$$

où l'on a les relations entre p et q [voir éq. (I.63)] :

$$\begin{aligned}
 p &= (p+q) \cdot \left(1 + \Phi \cdot \frac{ka}{\nu}\right), \\
 q &= - (p+q) \cdot \Phi \cdot \frac{ka}{\nu}.
 \end{aligned} \tag{I.70}$$

7. RELATION DE DISPERSION ET SON ANALYSE

En posant le déterminant du système d'équations (I.59) égal à zéro, on obtient la relation de dispersion pour la structure générale :

$$\gamma_1^2 \gamma_2^2 \bar{\Psi} \Phi + \frac{\nu}{ka} (\epsilon_{22} - \epsilon_{12}) \cdot \left[\bar{\Psi} + \left(\frac{x}{k}\right)^2 \Phi \right] = 0. \tag{I.71}$$

Contrairement à la forme bien connue des relations de dispersion³⁹⁾, la représentation mathématique (I.71) donne aisément et directement les expressions correspondant aux cas particuliers très importants $\gamma_1 = 0$ ou $\gamma_2 = 0$, sans qu'il soit nécessaire de lever les indéterminations mathématiques.

Examinons la relation de dispersion (I.71). Pour les trois cas particuliers :

a) $\nu = 0$, b) $\epsilon_{2r} = \epsilon_{1r}$, c) $\mathcal{R} = 0$, les ondes n'ont pas le caractère hybride, c'est-à-dire qu'elles dégénèrent en ondes TM et TE. Dans ces cas, la relation de dispersion (I.71) se sépare en deux relations correspondant respectivement aux ondes TM et TE.

a) Pour les ondes symétriques ($\nu = 0$), on a alors :

- Ondes TM :

$$\frac{\epsilon_{22}}{f_2} \cdot \frac{\varphi_{0,1}}{\varphi_{0,0}} - \frac{\epsilon_{12}}{f_1} \cdot \frac{f_1}{f_0} = 0, \tag{I.72a}$$

- Ondes TE :

$$\frac{1}{f_2} \cdot \frac{\varphi_{0,1}}{\varphi_{0,0}} - \frac{1}{f_1} \cdot \frac{f_1}{f_0} = 0. \tag{I.72b}$$

b) Dans le cas d'isotropie et d'homogénéité dans le plan transversal d'un guide ($\epsilon_{2r} = \epsilon_{1r}$), on a :

- Ondes TM :

$$\frac{\epsilon_{2z}}{f_2} \cdot \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} - \frac{\epsilon_{1z}}{f_1} \cdot \frac{J_{\nu+1}}{J_{\nu}} = 0, \quad (I.73a)$$

- Ondes TE :

$$\frac{1}{f_2} \cdot \frac{\varphi'_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} - \frac{1}{f_1} \cdot \frac{J'_{\nu+1}}{J_{\nu}} = 0. \quad (I.73b)$$

La condition $\epsilon_{2r} = \epsilon_{1r}$ peut être généralisée si le guide est entièrement rempli d'un milieu diélectrique et anisotrope comme :

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_z & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & F(z) \end{pmatrix}. \quad (I.74)$$

Nous avons alors une isotropie et une homogénéité dans le plan transversal pour toute section du guide, et la composante longitudinale du tenseur $\hat{\epsilon}$ peut être n'importe quelle fonction du rayon. Pourtant, les ondes n'ont pas le caractère hybride.

c) Cas de la fréquence de coupure ($\alpha = 0$). La relation de dispersion générale se sépare en deux équations non couplées :

- Ondes TM :

$$\sqrt{\epsilon_{2z}} \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}(\sqrt{\epsilon_{2z}} kb, \sqrt{\epsilon_{2z}} ka)}{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon_{2z}} kb, \sqrt{\epsilon_{2z}} ka)} - \sqrt{\epsilon_{1z}} \frac{J_{\nu+1}(\sqrt{\epsilon_{1z}} ka)}{J_{\nu}(\sqrt{\epsilon_{1z}} ka)} = 0. \quad (I.75a)$$

- Ondes TE :

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_{2z}}} \cdot \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}(\sqrt{\epsilon_{2z}} kb, \sqrt{\epsilon_{2z}} ka)}{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon_{2z}} kb, \sqrt{\epsilon_{2z}} ka)} - \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{1z}}} \cdot \frac{J_{\nu+1}(\sqrt{\epsilon_{1z}} ka)}{J_{\nu}(\sqrt{\epsilon_{1z}} ka)} + \frac{\nu}{ka} \left(\frac{1}{\epsilon_{1z}} - \frac{1}{\epsilon_{2z}} \right) = 0. \quad (I.75b)$$

Notons que l'équation (I.75a) dépend seulement des composantes longitudinales des tenseurs (ϵ_{1z} et ϵ_{2z}), tandis que l'équation (I.75b) dépend uniquement de leurs composantes transversales (ϵ_{1r} et ϵ_{2r}). On peut aisément expliquer ceci, en considérant les composantes du champ [(I.54) à (I.57)] qui, pour le cas $\alpha = 0$, forment deux groupes totalement indépendants :

- i) E_z , H_r et H_θ (les composantes transversales du champ électrique n'existent pas);
- ii) H_z , E_r et E_θ (la composante longitudinale du champ électrique n'existe pas).

Pour $\gamma_1 = 0$ l'équation de dispersion se simplifie considérablement et s'écrit :

$$\Psi + \Phi = 0, \quad (I.76)$$

où :

$$\Psi = \frac{\varepsilon_{22}}{\gamma_2} \cdot \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} - \frac{\varepsilon_{12} \cdot ka}{2(\nu+1)} \quad (\text{I.77})$$

et :

$$\Phi = \frac{1}{\gamma_2} \cdot \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} - \frac{ka}{2(\nu+1)}. \quad (\text{I.78})$$

8. FLUX DE PUISSANCE

La valeur moyenne du flux de puissance est donnée par la partie réelle du vecteur de Poynting. Pour une onde multipolaire ($\nu \neq 0$) qui se propage sans atténuation, on a donc :

$$P = \frac{c}{8} \int (E_z H_\theta^* - E_\theta H_z^*) r dr, \quad (\text{I.79})$$

où nous indiquons par un astérisque la valeur complexe conjuguée pour les variables t et θ , c'est-à-dire :

$$[e^{j(\omega t - \alpha z)} \cdot e^{-i\nu\theta}]^* = e^{-j(\omega t - \alpha z)} \cdot e^{i\nu\theta}.$$

Nous allons déduire l'expression du flux de puissance de l'onde hybride pour la structure générale considérée et pour n'importe quelle valeur de la vitesse de phase. Pour la région II, on obtient de (I.57) :

$$\begin{aligned} (E_z H_\theta^* - E_\theta H_z^*) = & \frac{1}{\gamma_2^4 k^4} \left[k\alpha \varepsilon_{22} (E_z E_z^* \frac{\nu^2}{z^2} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \cdot \frac{\partial E_z^*}{\partial z}) + \right. \\ & \left. + k\alpha (H_z H_z^* \frac{\nu^2}{z^2} + \frac{\partial H_z}{\partial z} \cdot \frac{\partial H_z^*}{\partial z}) + \frac{i\nu}{z} (\varepsilon_{22} k^2 + \alpha^2) \frac{\partial (E_z H_z^*)}{\partial z} \right]. \end{aligned} \quad (\text{I.80})$$

Puis, en utilisant les expressions (A.I.2) à (A.I.5), on obtient l'expression du flux de puissance dans la région II :

$$P_{II} = P_{II}^{(1)} + P_{II}^{(2)} + P_{II}^{(3)}, \quad (\text{I.81})$$

où :

$$\begin{aligned} P_{II}^{(1)} = & \frac{c}{8} \cdot \frac{\varepsilon_{22}}{\gamma_2^4 k^2} \cdot \frac{\alpha}{k} \cdot A^2 \left\{ \frac{2}{\pi^2 \varphi_{\nu, \nu}^2} - \nu - \frac{(\gamma_2 ka)^2}{2} + (\nu+1) \cdot \gamma_2 ka \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} - \right. \\ & \left. - \frac{(\gamma_2 ka)^2}{2} \cdot \left(\frac{\varphi_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} \right)^2 \right\}, \end{aligned}$$

$$P_{II}^{(2)} = \frac{c}{8} \cdot \frac{1}{\delta_2^4 k^2} \cdot \frac{x}{k} \cdot B^2 \left\{ \frac{2}{\pi^2 \varphi_{\nu, \nu}^2} \left(1 - \frac{\nu^2}{(\delta_2 k a)^2} \right) - \nu - \frac{(\delta_2 k a)^2}{2} + \right. \\ \left. + (\nu+1) \delta_2 k a \cdot \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} - \frac{(\delta_2 k a)^2}{2} \cdot \left(\frac{\varphi_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} \right)^2 \right\},$$

$$P_{II}^{(3)} = \frac{c \nu}{8 \delta_2^4 k^2} \cdot \left(\varepsilon_{2z} + \frac{x^2}{k^2} \right) \cdot A B.$$

De la même façon, en utilisant (I.56) on obtient l'expression du flux de puissance pour la région I :

$$P_I = \frac{c}{16 \delta_1^2 k^2} \left\{ A^2 \varepsilon_{1z} k x a^2 \left[\frac{2\nu}{(\delta_1 k a)^2} + 1 - \frac{2(\nu+1)}{\delta_1 k a} \cdot \frac{J_{\nu+1}(\delta_1 k a)}{J_\nu(\delta_1 k a)} + \right. \right. \\ \left. + \frac{J_{\nu+1}^2(\delta_1 k a)}{J_\nu^2(\delta_1 k a)} \right] + B^2 k x a^2 \left[\frac{2\nu}{(\delta_1 k a)^2} + 1 - \frac{2(\nu+1)}{\delta_1 k a} \cdot \frac{J_{\nu+1}(\delta_1 k a)}{J_\nu(\delta_1 k a)} + \right. \\ \left. + \frac{J_{\nu+1}^2(\delta_1 k a)}{J_\nu^2(\delta_1 k a)} \right] - \nu A B \frac{\varepsilon_{1z} + \frac{x^2}{k^2}}{\delta_1^2} \right\}. \quad (I.82)$$

Les constantes A et B dans (I.80) et (I.81) se déterminent à partir des équations (I.59). Déduisons les expressions du flux de puissance pour le cas particulier $\varepsilon_{1r} = 1$ et $\beta_{ph} = 1$. En substituant $x = k$ dans (I.81) et en utilisant les relations (I.62) et (I.76) à (I.78), on obtient, après des transformations fastidieuses, pour la région II :

$$P_{II} = \frac{c(p+q)^2 a^2}{16(\varepsilon_{2z}-1)} \cdot \left\{ \frac{4 \varepsilon_{2z}}{(\pi \delta_2 k a \varphi_{\nu, \nu})^2} + \frac{4 \left[1 - \frac{\nu^2}{(\delta_2 k a)^2} \right]}{(\pi \delta_2 k a \varphi_{\nu, \nu})^2} - \varepsilon_{2z} \left(\frac{\varphi_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} \right)^2 - \left(\frac{\varphi_{\nu, \nu+1}}{\varphi_{\nu, \nu}} \right)^2 - (\varepsilon_{2z} - \varepsilon_{1z}) \right\}. \quad (I.83)$$

Dans la région I, l'expression du flux de puissance est très difficile à obtenir directement de (I.82) à cause des indéterminations mathématiques qui se produisent lors de la substitution $\varepsilon_{1r} = 1$ et $\beta_{ph} = 1$. Pour ce cas, on doit utiliser les composantes du champ (I.69). Après des calculs très longs, on obtient l'expression relativement simple du flux de puissance dans la région I :

$$P_I = \frac{c(p+q)^2 a^2}{8} \cdot \left[\frac{(k a)^2 (\varepsilon_{1z}^2 + 1)}{8(\nu+1)^2 (\nu+2)} - \frac{p q}{(p+q)^2} \cdot \frac{\nu}{(k a)^2} \right], \quad (I.84)$$

où la relation entre p et q est celle donnée par (I.70).

9. CRITERE D'EXISTENCE DES ONDES HYBRIDES INVERSES DANS LES STRUCTURES CYLINDRIQUES

A l'issue de l'étude des propriétés des ondes hybrides dans un guide d'ondes cylindrique à tige diélectrique^{23,24}), on a montré que l'existence des ondes hybrides inverses ("backward waves") et la coïncidence des fréquences de coupure des modes adjacents étaient en corrélation. Nous allons démontrer mathématiquement pour le modèle général considéré (cf. section 5) que la coïncidence des fréquences de coupure est une condition suffisante pour l'existence des ondes hybrides inverses. Notons que ce modèle inclut le cas particulier cité plus haut.

Examinons la structure mathématique de la relation (I.71) au voisinage de $\mathfrak{X} = 0$. Pour cela écrivons-la sous la forme suivante :

$$F = \Psi \cdot \Lambda + \left(\frac{\mathfrak{X}}{k}\right)^2 (\epsilon_{22} - \epsilon_{12}) \cdot \frac{\nu}{ka} \cdot \Phi = 0, \quad (\text{I.85})$$

où :

$$\Lambda = \gamma_1^2 \gamma_2^2 \Phi + (\epsilon_{22} - \epsilon_{12}) \cdot \frac{\nu}{ka}.$$

Si $\mathfrak{X} = 0$, la relation (I.85) se décompose en deux équations :

$$\Psi = 0, \quad (\text{I.86a})$$

$$\Lambda = 0, \quad (\text{I.86b})$$

dont la forme détaillée a déjà été donnée dans (I.75). Développons (I.85) suivant les puissances des paramètres $\tilde{\mathfrak{X}} = \mathfrak{X}/k$ et $u = ka - (ka)_0$, où $(ka)_0$ est une racine de l'une des équations (I.86a) ou (I.86b). En se limitant aux termes du deuxième ordre, on obtient :

$$F(\tilde{\mathfrak{X}}, u) = \frac{\partial F}{\partial \tilde{\mathfrak{X}}} \tilde{\mathfrak{X}} + \frac{\partial F}{\partial u} u + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \tilde{\mathfrak{X}}^2} \tilde{\mathfrak{X}}^2 + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial \tilde{\mathfrak{X}} \partial u} \tilde{\mathfrak{X}} u + \frac{\partial^2 F}{\partial u^2} u^2 \right] = 0. \quad (\text{I.87})$$

Si les fréquences de coupure ne coïncident pas, c'est-à-dire si les équations (I.86) n'ont pas la même racine, on a au point $\mathfrak{X} = 0$:

$$\frac{\partial F}{\partial \tilde{\mathfrak{X}}} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial u} = \begin{cases} \Lambda \frac{\partial \Psi}{\partial u} & \text{si } (ka)_0 \text{ est la racine de (I.86a)} \\ \Psi \frac{\partial \Lambda}{\partial u} & \text{si } (ka)_0 \text{ est la racine de (I.86b).} \end{cases}$$

C'est pourquoi dans l'approximation considérée on a $du/d\tilde{\mathfrak{X}} = 0$, c'est-à-dire que la courbe de dispersion $\mathfrak{X}(k)$ est normale à l'axe des fréquences. Quand les fréquences de coupure des modes hybrides adjacents coïncident, on obtient de (I.85) et (I.86) :

$$\frac{\partial F}{\partial \tilde{\mathfrak{X}}} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial \tilde{\mathfrak{X}} \partial u} = 0. \quad (\text{I.88})$$

Compte tenu de (I.88), la relation de dispersion (I.87) peut s'écrire sous la forme :

$$\tilde{\mathfrak{X}}^2 = C u^2, \quad (\text{I.89})$$

où :

$$C = \frac{\epsilon_{12} \epsilon_{22}}{(\epsilon_{22} - \epsilon_{12})^2 \left(\frac{\nu}{ka}\right)^2} \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial u} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial u} \right)_{x=0}. \quad (I.90)$$

Comme le développement de la relation de dispersion (I.85) a été effectué dans le domaine des solutions réelles, le coefficient C doit être positif. Donc, l'équation (I.89), au voisinage de la coïncidence des fréquences de coupure communes, a deux solutions $\tilde{\omega} = \pm \sqrt{C} u$. L'une, $\tilde{\omega} = +\sqrt{C} u$, correspond à la dispersion positive; l'autre, $\tilde{\omega} = -\sqrt{C} u$, à la dispersion négative.

10. ONDES HYBRIDES AVEC CONSTANCE DE PROPAGATION COMPLEXE

L'étude de la propagation des ondes, dans un demi-espace infini au-dessus d'un plan qui a une impédance de surface^{40,41}), dans un magnétoplasma illimité⁴²) et dans certaines autres structures⁴³), a montré que les ondes avec constante de propagation complexe (ondes complexes) peuvent exister dans certaines bandes de fréquence malgré l'absence de dissipation d'énergie^{*)}.

Le caractère des ondes complexes est semblable à celui des ondes évanescentes; néanmoins, la différence essentielle est que la vitesse de phase des ondes complexes peut avoir n'importe quelle valeur. Le flux de puissance de ces ondes est toujours égal à zéro. Il a été démontré que les ondes complexes n'existent que dans les structures où peuvent se propager des ondes hybrides; elles ont elles-mêmes toujours le caractère hybride.

Dans l'article cité à la référence 27, les auteurs étudient le cas d'un guide cylindrique avec une tige diélectrique et trouvent des régions où l'on peut supposer l'existence d'ondes complexes. D'autre part, les auteurs n'ont pas obtenu la relation de dispersion des ondes complexes et par conséquent n'ont pas pu étudier leurs propriétés.

Expliquons brièvement par quel moyen on peut obtenir l'équation de dispersion des ondes complexes. Ecrivons la constante de la propagation :

$$\kappa = \kappa_1 - j \kappa_2, \quad (I.91)$$

et les constantes A et B sous la forme :

$$A = A_1 - j A_2 \text{ et } B = B_1 - j B_2. \quad (I.92)$$

En substituant (I.91) et (I.92) dans le système d'équations (I.59), et après quelques calculs compliqués, on obtient le système de quatre équations homogènes :

$$\begin{cases} a_{11} A_1 + a_{12} A_2 + a_{13} B_1 + a_{14} B_2 = 0, \\ a_{21} A_1 + a_{22} A_2 + a_{23} B_1 + a_{24} B_2 = 0, \\ a_{31} A_1 + a_{32} A_2 + a_{33} B_1 + a_{34} B_2 = 0, \\ a_{41} A_1 + a_{42} A_2 + a_{43} B_1 + a_{44} B_2 = 0, \end{cases} \quad (I.93)$$

*) Il ne faut pas confondre des ondes complexes avec des ondes qui se propagent avec une atténuation due à des pertes (dissipation d'énergie).

où les coefficients $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{44}$ représentent des fonctions compliquées de $ka, kb, \hat{\epsilon}_I, \hat{\epsilon}_{II}$ et des constantes de propagation α_1 et α_2 . Le déterminant du système (I.93) est en fait la relation de dispersion des ondes complexes :

$$Det = 0. \quad (I.94)$$

Les relations de dispersion des ondes progressives ($\alpha = \alpha_1, \alpha_2 = 0$) et des ondes évanescentes ($\alpha = -j\alpha_2, \alpha_1 = 0$) sont des cas particuliers de cette équation (I.94). Pour la structure générale, l'équation de dispersion est très compliquée, et sa solution ainsi que l'analyse des propriétés des ondes complexes ne sont réalisables qu'à l'aide d'un ordinateur.

Dans le chapitre III nous déduirons et examinerons la relation de dispersion des ondes complexes dans un guide chargé d'iris métalliques dans l'approximation d'un pas D petit par rapport à la longueur d'onde.

CHAPITRE II

PROPRIETES DEFLECTRICES DU GUIDE CIRCULAIRE A IRIS METALLIQUES

Comme il a déjà été démontré, les ondes hybrides à symétrie dipolaire ($v = 1$) ont des propriétés défectrices. En utilisant les principaux résultats obtenus dans le premier chapitre, nous allons étudier des structures défectrices particulières.

Considérons un guide à iris métalliques dans l'approximation d'un pas petit par rapport à la longueur d'onde, dans les trois cas suivants : a) normal; b) partiellement rempli de diélectrique (à l'intérieur des iris); c) avec une colonne de magnétoplasma. Nous donnerons d'abord un aperçu des paramètres généraux des structures défectrices.

1. CARACTERISTIQUES FONDAMENTALES DES STRUCTURES DEFLECTRICES

Dans une structure défectrice de longueur ℓ , et ayant des pertes, l'impulsion transversale maximum P_1 donnée à des particules ultrarelativistes synchrones peut s'écrire sous la forme :

$$P_1^c = e E_0 \ell \left(\frac{1 - e^{-I\ell}}{I\ell} \right), \quad (\text{II.1})$$

où E_0 est le champ défecteur équivalent au point d'entrée de la puissance et I est le coefficient d'atténuation du champ électrique. La valeur E_0 peut s'écrire sous deux formes différentes :

$$E_0 = \sqrt{Z P_0} \quad (\text{II.2})$$

et :

$$E_0 = \sqrt{\frac{R}{Q} \cdot \frac{k P_0}{\beta_e}}, \quad (\text{II.3})$$

où P_0 est le flux de puissance à l'entrée, Z l'impédance série, R l'impédance shunt, Q le coefficient de surtension et β_e la vitesse d'énergie. Par définition :

$$Z = \frac{E_0^2}{P_0} \quad (\text{II.4})$$

et :

$$\frac{R}{Q} = \frac{E_0^2}{\omega W_0}, \quad (\text{II.5})$$

où W_0 est l'énergie emmagasinée par unité de longueur (de nouveau prise à l'entrée de la structure). On remarque que la déflexion est en général une fonction très compliquée des paramètres de la structure.

On peut diviser l'ensemble des paramètres qui caractérisent les structures défectrices en trois groupes :

a) Le premier groupe comprend les paramètres géométriques et les constantes diélectriques des milieux I et II, c'est-à-dire les composantes des tenseurs $\hat{\epsilon}_I$ (I.44) et $\hat{\epsilon}_{II}$ (I.45).

En combinant les paramètres de ce groupe, on peut créer une condition telle que la propagation d'ondes défectrices se fasse avec une vitesse de phase égale à celle de la lumière. La relation entre ces paramètres et la fréquence ω peut être déduite de l'équation de dispersion.

b) Le deuxième groupe comprend les paramètres qui caractérisent les propriétés défectrices de la structure, telles que la vitesse d'énergie β_e^* , l'impédance shunt R , l'impédance série Z , le coefficient d'atténuation I , et le coefficient de surtension Q . Il est préférable d'utiliser β_g (ou β_e), R/Q et Q comme paramètres de base, étant donné qu'ils sont des fonctions continues et lentement variables de la vitesse de groupe (y compris le cas $\beta_g = 0$). Les autres paramètres de ce groupe peuvent s'exprimer en fonction des paramètres de base.

En effet, on a :

$$Z = \frac{R}{Q} \cdot \frac{k}{\beta_g}, \quad (II.6)$$

$$I = \frac{k}{2Q\beta_g}, \quad (II.7)$$

et évidemment :

$$R = \left(\frac{R}{Q}\right) \cdot Q. \quad (II.8)$$

c) Le troisième groupe comprend les paramètres $(E_p/E_0)_t$, $(H_p/E_0)_t$, $(E_p/E_0)_s$ et $(H_p/E_0)_s$, qui déterminent la limite supérieure de la déflexion. Cette limite est due aux champs électrique et magnétique maximaux admissibles dans les structures. Les symboles "t" et "s" correspondent respectivement aux ondes progressives et aux ondes stationnaires. Dans la structure défectrice ordinaire (c'est-à-dire à température ambiante) la valeur maximale de puissance P_p peut être écrite, en utilisant (II.3) :

$$P_p = \frac{E_p^2}{(E_p/E_0)_t^2} \cdot \frac{\beta_g}{\frac{R}{Q} \cdot k}. \quad (II.9)$$

Dans ce cas, E_p est le champ électrique maximal admissible sur la surface de la structure qui ne donne pas encore de claquages.

*) Dans une structure sans pertes la vitesse de groupe β_g et la vitesse d'énergie β_e sont rigoureusement égales. Dans une structure à faibles pertes, le cas qui nous intéresse le plus, les deux vitesses sont très proches l'une de l'autre.

La relation (II.9) nous montre que P_p est proportionnel à la valeur de β_g ; la puissance maximale dans les structures à ondes progressives n'est pas limitée par les possibilités des sources HF, mais par les claquages dus au champ électrique à l'intérieur des structures. Dans ce cas ($\beta_g \rightarrow 0$) et en tenant compte de (II.1), (II.3) et (II.7) on obtient pour l'impulsion transversale maximale :

$$(p_{\perp c})_{\max} = \frac{e E_p \cdot k Q \beta_g}{(E_p/E_0)_t \cdot \pi} . \quad (\text{II.10})$$

Cette relation nous montre que $(p_{\perp c})_{\max}$ décroît très vite si $\beta_g \rightarrow 0$.

Pour les structures supraconductrices, les paramètres du 3^e groupe nous permettent de déterminer la déflexion maximale possible, ainsi que le caractère de la limitation (magnétique ou électrique).

2. EXPRESSION DES CHAMPS ET RELATION DE DISPERSION

Le guide à iris est un cas particulièrement important du modèle général. La géométrie de cette structure déflectrice est représentée sur la figure 2. A l'approximation d'un pas petit par rapport à la longueur d'onde :

$$\lambda_g \gg \mathcal{D} , \quad (\text{II.11})$$

et dans le cas d'iris minces :

$$T \ll \mathcal{D} , \quad (\text{II.12})$$

la région II ($a \leq r \leq b$) est caractérisée par le tenseur diagonal (voir section 5 du chapitre I) :

$$\hat{\underline{\underline{\epsilon}}}_{II} = \begin{pmatrix} -\infty & 0 & 0 \\ 0 & -\infty & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (\text{II.13})$$

En portant les composantes des tenseurs $\hat{\underline{\underline{\epsilon}}}_I$ et $\hat{\underline{\underline{\epsilon}}}_{II}$:

$$\epsilon_{1z} = 1 , \quad \epsilon_{1\bar{z}} = 1 , \quad \epsilon_{2z} = 1 , \quad \epsilon_{2\bar{z}} \rightarrow -\infty \quad (\text{II.14})$$

dans les expressions correspondantes du chapitre I, nous obtiendrons toutes les relations générales pour les ondes hybrides : expressions des champs, équation de dispersion, flux de puissance, etc.

En effet, compte tenu de (II.14) et du comportement des fonctions de Bessel pour les grandes valeurs de l'argument [voir les formules (A.I.8)], nous obtenons à l'aide de (I.55) et (I.62) les expressions des champs dans la région II [en omettant le facteur $\exp j(\omega t - \beta z)$] :

$$\begin{aligned}
 E_z &= (P + \frac{x}{k} q) \frac{\psi_{v,v}(kb, kz)}{\psi_{v,v}(kb, ka)} \cos v\theta, \quad H_z = 0, \\
 E_z &= 0, \quad H_z = -j(P + \frac{x}{k} q) \cdot \frac{v}{kz} \cdot \frac{\psi_{v,v}(kb, kz)}{\psi_{v,v}(kb, ka)} \sin v\theta, \\
 E_\theta &= 0, \quad H_\theta = -j(P + \frac{x}{k} q) \cdot \left[\frac{\psi_{v,v}(kb, kz)}{\psi_{v,v}(kb, ka)} \cdot \frac{v}{kz} - \frac{\psi_{v,v+1}(kb, kz)}{\psi_{v,v}(kb, ka)} \right] \cos v\theta.
 \end{aligned} \tag{II.15}$$

De la même façon, à partir de (I.52), (I.54), (I.56) et (I.62) nous obtenons les expressions des champs dans la région I ($r \leq a$) :

$$\begin{aligned}
 E_z &= (P + \frac{x}{k} q) \cdot \frac{J_v(\delta_1 kz)}{J_v(\delta_1 ka)} \cos v\theta, \quad H_z = -(P \frac{x}{k} + q) \cdot \frac{J_v(\delta_1 kz)}{J_v(\delta_1 ka)} \sin v\theta, \\
 E_z &= j \left\{ P \frac{x}{k} \cdot \frac{J_{v+1}(\delta_1 kz)}{\delta_1 J_v(\delta_1 ka)} + q \left[\frac{x}{k} \cdot \frac{J_{v+1}(\delta_1 kz)}{\delta_1 J_v(\delta_1 ka)} + \frac{v}{kz} \cdot \frac{J_v(\delta_1 kz)}{J_v(\delta_1 ka)} \right] \right\} \cos v\theta, \\
 E_\theta &= j \left\{ P \frac{x}{k} \frac{J_{v+1}(\delta_1 kz)}{\delta_1 J_v(\delta_1 ka)} + q \left[\frac{J_{v+1}(\delta_1 kz)}{\delta_1 J_v(\delta_1 ka)} - \frac{v}{kz} \frac{J_v(\delta_1 kz)}{J_v(\delta_1 ka)} \right] \right\} \sin v\theta, \\
 H_z &= -j \left\{ P \left[\frac{x}{k} \cdot \frac{J_{v+1}(\delta_1 kz)}{\delta_1 J_v(\delta_1 ka)} + \frac{v}{kz} \frac{J_v(\delta_1 kz)}{J_v(\delta_1 ka)} \right] + q \frac{x}{k} \frac{J_{v+1}(\delta_1 kz)}{\delta_1 J_v(\delta_1 ka)} \right\} \sin v\theta, \\
 H_\theta &= j \left\{ P \left[\frac{J_{v+1}(\delta_1 kz)}{\delta_1 J_v(\delta_1 ka)} - \frac{v}{ka} \cdot \frac{J_v(\delta_1 kz)}{J_v(\delta_1 ka)} \right] + q \frac{x}{k} \cdot \frac{J_{v+1}(\delta_1 kz)}{\delta_1 J_v(\delta_1 ka)} \right\} \cos v\theta,
 \end{aligned} \tag{II.16}$$

où la relation entre les constantes p et q s'écrit [voir éq. (I.63)] :

$$\begin{cases} P \frac{x}{k} \Phi + q (\Phi + \frac{v}{ka}) = 0 \\ P \Psi + q \frac{x}{k} (\Psi - \frac{v}{ka}) = 0 \end{cases} \tag{II.17}$$

et :

$$\Psi = \frac{\psi_{v,v+1}(kb, ka)}{\psi_{v,v}(kb, ka)} + \Phi, \quad \Phi = -\frac{J_{v+1}(\delta_1 ka)}{\delta_1 J_v(\delta_1 ka)}. \tag{II.18}$$

En annulant le déterminant du système d'équations (II.17), on obtient la relation de dispersion qui peut être écrite sous deux formes différentes :

$$\gamma_1^2 \Psi \Phi + \frac{\nu}{ka} [\Psi + (\frac{x}{k})^2 \Phi] = 0, \quad (\text{II.19a})$$

$$\Psi \Lambda + (\frac{x}{k})^2 \cdot \frac{\nu}{ka} \Phi = 0, \quad (\text{II.19b})$$

où :

$$\Lambda = \gamma_1^2 \Phi + \frac{\nu}{ka}.$$

En utilisant le critère de (I.9), il est facile de démontrer que dans la structure considérée les ondes inverses existent. En effet, nous proposons d'analyser la relation de dispersion au voisinage de $x = 0$. Elle se décompose en deux équations :

$$\Lambda = \Phi + \frac{\nu}{ka} = 0, \quad \Psi = 0 \quad (\text{II.20})$$

qui, après quelques transformations, prennent la forme simple :

$$\mathcal{I}'_v(ka) = 0, \quad (\text{II.21a})$$

$$\mathcal{I}_v(kb) = 0. \quad (\text{II.21b})$$

Ces équations sont compatibles lorsque :

$$\left(\frac{a}{b}\right)_{vmn} = \frac{\alpha_{vm}}{\beta_{vn}}, \quad (\text{II.22})$$

où α_{vm} et β_{vn} sont respectivement la m^e et la n^e racines des équations (II.21a) et (II.21b).

Par exemple, pour les deux modes déflecteurs inférieurs ($v = 1, m = 1, n = 1$) et en tenant compte des $\alpha_{11} = 1,841$ et $\beta_{11} = 3,832$, la valeur du paramètre $(a/b)_{111} = 0,48$ correspond à une dégénérescence des fréquences de coupure.

Comme il a déjà été démontré, au voisinage de $x = 0$ et avec la condition (II.22), la relation de dispersion peut être mise sous la forme (I.89) où, pour la structure considérée (un guide à iris), la constante C peut être déduite de (I.90) :

$$C = \frac{(\frac{\nu^2}{\alpha_{vm}^2} - 1)}{\left(\frac{a}{b}\right)_{vmn} \cdot \frac{\nu^2}{\alpha_{vm}^2}} \cdot \frac{\mathcal{I}'_v(\beta_{vn}) \cdot \mathcal{Y}'_v(\alpha_{vm})}{\mathcal{Y}_v(\beta_{vn}) \cdot \mathcal{I}_v(\alpha_{vm})}. \quad (\text{II.23})$$

En utilisant les propriétés des racines des fonctions de Bessel, on peut montrer que le coefficient C est toujours positif.

Sur la figure 3, les courbes en trait continu représentent la solution exacte de la relation (II.19) au voisinage de $\mathfrak{X} = 0$, avec la condition (II.22), et les courbes en traits pointillés représentent la solution approchée déduite de (I.89) et (II.23), ceci pour :

- i) $\nu = 1, m = 1, n = 1$;
- ii) $\nu = 1, m = 1, n = 2$;
- iii) $\nu = 1, m = 2, n = 2$.

Nous vérifions la validité de l'approximation au voisinage de $\mathfrak{X} = 0$. Les courbes de droite et de gauche correspondent respectivement aux ondes directes ($\beta_g > 0$) et inverses ($\beta_g < 0$).

Examinons séparément le cas où la vitesse de phase est égale à celle de la lumière. La particularité de cette structure réside dans le fait qu'elle donne la possibilité d'exprimer les constantes p et q sous forme algébrique comprenant seulement $p + q$ et ka . En effet, pour $\gamma_1 = 0$ la fonction Φ dans la formule (II.18) devient :

$$\Phi = -\frac{ka}{2(\nu+1)}. \quad (\text{II.24})$$

En portant (II.24) dans (I.70), nous obtenons :

$$P = (P+q) \left(1 - \frac{(ka)^2}{2\nu(\nu+1)} \right), \quad q = (P+q) \frac{(ka)^2}{2\nu(\nu+1)}. \quad (\text{II.25})$$

En particulier, pour le mode défecteur ($\nu = 1$) et compte tenu de (I.39), l'équivalent du champ défecteur est :

$$E_o = \frac{P+q}{ka}. \quad (\text{II.26})$$

et :

$$P = E_o ka \left[1 - \left(\frac{ka}{2} \right)^2 \right], \quad q = E_o ka \left(\frac{ka}{2} \right)^2. \quad (\text{II.27})$$

En portant $\mathfrak{X} = k$ dans (II.15) on obtient les expressions des champs dans la région II :

$$\begin{aligned} E_z &= (P+q) \frac{\psi_{\nu,\nu}(kb, kz)}{\psi_{\nu,\nu}(kb, ka)} \cos \nu \theta, \quad E_z = 0, \quad E_\theta = 0, \\ H_z &= 0, \quad H_z = -j(P+q) \frac{\nu}{kz} \frac{\psi_{\nu,\nu}(kb, kz)}{\psi_{\nu,\nu}(kb, ka)} \sin \nu \theta, \\ H_\theta &= -j(P+q) \left[\frac{\psi_{\nu,\nu}(kb, kz)}{\psi_{\nu,\nu}(kb, ka)} \cdot \frac{\nu}{kz} - \frac{\psi_{\nu,\nu+1}(kb, kz)}{\psi_{\nu,\nu}(kb, ka)} \right] \cos \nu \theta. \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

Dans le même cas, en faisant tendre γ_1 vers zéro dans les expressions (II.16) et en tenant compte de (II.25) nous obtenons les expressions des champs dans la région I :

$$\begin{aligned}
 E_z &= (p+q) \left(\frac{z}{a}\right)^\nu \cos \nu \theta, \quad H_z = -(p+q) \left(\frac{z}{a}\right)^\nu \sin \nu \theta, \\
 E_r &= j(p+q) \frac{ka}{2(\nu+1)} \cdot \left[\left(\frac{z}{a}\right)^{\nu+1} + \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1} \right] \cos \nu \theta, \\
 E_\theta &= j(p+q) \frac{ka}{2(\nu+1)} \cdot \left[\left(\frac{z}{a}\right)^{\nu+1} - \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1} \right] \sin \nu \theta, \quad (II.29) \\
 H_r &= -j(p+q) \frac{ka}{2(\nu+1)} \left\{ \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu+1} + \left[\frac{2\nu(\nu+1)}{(ka)^2} - 1 \right] \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1} \right\} \sin \nu \theta, \\
 H_\theta &= j(p+q) \frac{ka}{2(\nu+1)} \left\{ \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu+1} - \left[\frac{2\nu(\nu+1)}{(ka)^2} - 1 \right] \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1} \right\} \cos \nu \theta.
 \end{aligned}$$

La relation de dispersion (II.19) est aussi très simplifiée dans le cas où la vitesse de phase est égale à celle de la lumière; elle se présente alors sous la forme :

$$\frac{\gamma_{\nu, \nu+1}(k\delta, ka)}{\gamma_{\nu, \nu}(k\delta, ka)} - \frac{ka}{\nu+1} = 0. \quad (II.30)$$

3. LE FLUX DE PUISSANCE ET L'ENERGIE EMMAGASINEE

Pour obtenir l'expression du flux d'énergie des ondes hybrides dans un guide à iris lorsque $\beta_{ph} = 1$, on peut utiliser la formule (I.84), en y posant $\epsilon_{1z} = 1$ et en y portant p et q tirés de (II.25). On obtient :

$$P = \frac{ca^2(p+q)^2}{16(\nu+1)} \cdot \left[\frac{(ka)^2}{\nu(\nu+2)} - 1 \right]. \quad (II.31)$$

En particulier, compte tenu de (II.26) pour le mode défecteur ($\nu = 1$), nous obtenons :

$$P = \frac{ca^2 E_0^2}{32} (ka)^2 \left[\frac{(ka)^2}{3} - 1 \right]. \quad (II.32)$$

On peut considérer que le flux d'énergie consiste en deux composantes partielles : positive P_+ et négative P_- . On obtient alors à partir de (II.31) les trois cas suivants :

$$\begin{aligned}
 \text{Si } ka &< \sqrt{\nu(\nu+2)}, \quad P < 0, \quad \text{c'est-à-dire } |P_-| > |P_+|; \\
 \text{Si } ka &= \sqrt{\nu(\nu+2)}, \quad P = 0, \quad \text{c'est-à-dire } |P_-| = |P_+|; \\
 \text{Si } ka &> \sqrt{\nu(\nu+2)}, \quad P > 0, \quad \text{c'est-à-dire } |P_-| < |P_+|.
 \end{aligned}$$

La limite géométrique de l'ouverture du guide entre les régions des P_+ et P_- se déduit de l'équation :

$$\frac{(ka)^2 - (kz)^2}{(ka)^2 + (kz)^2} \sin^2 \nu \theta + \frac{(ka)^2 + (kz)^2 - 2\nu(\nu+1)}{(ka)^2 - (kz)^2 - 2\nu(\nu+1)} \cos^2 \nu \theta = 0 \quad (\text{II.33})$$

qui est obtenue en annulant la valeur moyenne du vecteur de Poynting (dans la région I). Sur la figure 4, nous représentons la solution de cette équation pour $\nu = 1$ en fonction de a/λ . On peut voir sur cette figure que si l'on fait tendre a/λ vers zéro, la région du flux négatif P_- (intérieur) augmente, et la région du flux positif P_+ (extérieur) diminue et disparaît pour $a/\lambda \leq \sqrt{2}/2\pi$.

Dans le cas général ($\nu = 1, 2, 3, \dots$) la composante positive est toujours égale à zéro si $ka \leq \sqrt{\nu(\nu+1)}$.

Nous allons maintenant calculer l'énergie emmagasinée W dans l'unité de longueur du guide avec la condition $\beta_{ph} = 1$. La densité d'énergie moyenne s'exprime par la relation :

$$w = \frac{(\bar{E} \bar{E}^*) + (\bar{H} \bar{H}^*)}{16\pi} \quad (\text{II.34})$$

et l'énergie emmagasinée totale est :

$$W = W_I + W_{II}, \quad (\text{II.35})$$

où :

$$W_I = \frac{1}{16\pi} \int_0^a \sum (\bar{E}_i \bar{E}_i^* + \bar{H}_i \bar{H}_i^*) z dz d\theta \quad (\text{II.36})$$

est l'énergie emmagasinée dans la région I, et :

$$W_{II} = \frac{1}{16\pi} \int_a^b \sum (\bar{E}_i \bar{E}_i^* + \bar{H}_i \bar{H}_i^*) z dz d\theta \quad (\text{II.37})$$

est l'énergie emmagasinée dans la région II. En portant les composantes des champs (II.29) dans (II.36) nous obtenons, après transformations :

$$W_I = \frac{a^2(p+q)^2}{16} \left[\frac{\nu}{(ka)^2} + \frac{(ka)^2}{\nu(\nu+1)(\nu+2)} \right]. \quad (\text{II.38})$$

Dans la région II, il y a seulement trois composantes des champs E_z , H_r et H_θ qui sont différentes de zéro [voir éq. (II.28)]. En les portant dans (II.37), nous obtenons $W = I_1 + I_2$, où I_1 et I_2 sont les intégrales :

$$I_1 = \frac{(p+q)^2}{16 \psi_{\nu,\nu}^2(kb, ka)} \int_a^b \psi_{\nu,\nu}^2(kb, kz) z dz \quad (\text{II.39})$$

et :

$$I_2 = \frac{(p+q)^2}{16 \psi_{\nu,\nu}^2(kb, ka)} \cdot \int_a^b \left\{ \left[\frac{\partial \psi_{\nu,\nu}(kb, kz)}{\partial kz} \right]^2 + \left(\frac{\nu}{kz} \right)^2 \psi_{\nu,\nu}^2(kb, kz) \right\} z dz. \quad (\text{II.40})$$

Ces deux intégrales sont classiques [voir éq. (A.I.4) et (A.I.5)]. Compte tenu des propriétés suivantes des fonctions :

$$\psi_{\nu,\nu}(kb, kb) = 0 \quad \text{et} \quad \psi_{\nu,\nu+1}(kb, kb) = -\frac{2}{\pi kb}$$

et aussi de l'équation (II.30), nous obtenons :

$$W_{II} = \frac{a^2(p+q)^2}{16} \left\{ \frac{4}{(\pi ka \psi_{\nu,\nu})^2} - \left(\frac{ka}{\nu+1} \right)^2 + \frac{\nu}{\nu+1} - \frac{\nu}{(ka)^2} \right\}. \quad (\text{II.41})$$

En additionnant (II.38) et (II.41), nous obtiendrons l'expression d'énergie emmagasinée totale :

$$W = \frac{a^2(p+q)^2}{16} \left\{ \frac{4}{(\pi ka \psi_{\nu,\nu})^2} + \frac{\nu}{\nu+1} - \frac{(\nu^2 + \nu - 1)}{\nu(\nu+1)^2(\nu+2)} (ka)^2 \right\}. \quad (\text{II.42})$$

4. LA VITESSE D'ENERGIE ET LA VITESSE DE GROUPE

La vitesse d'énergie et la vitesse de groupe sont identiques pour les structures sans pertes. Nous le prouverons pour la structure particulière considérée. Par définition, la vitesse d'énergie est :

$$\beta_e = \frac{P}{cW}. \quad (\text{II.43})$$

En portant les expressions correspondantes pour le flux d'énergie (II.31) et l'énergie emmagasinée (II.42) dans (II.43), nous obtenons la formule suivante dans le cas de la vitesse de phase égale à celle de la lumière :

$$\beta_e = \frac{\frac{(ka)^2}{\nu(\nu+2)} - 1}{\nu - \frac{\nu^2 + \nu - 1}{\nu(\nu+1)(\nu+2)} (ka)^2 + \frac{4(\nu+1)}{(\pi ka \psi_{\nu,\nu})^2}}. \quad (\text{II.44})$$

Par définition, la vitesse de groupe est $\beta_g = dk/d\alpha$. Nous pouvons l'obtenir par deux procédés indépendants. Par exemple, à partir de la résolution de l'équation de dispersion à l'aide de l'ordinateur pour deux fréquences très proches k et $k + \Delta k$ (pour les paramètres géométriques fixés), on obtient deux valeurs de la constante de propagation α et $\alpha + \Delta \alpha$. En particulier, pour le cas $\beta_{ph} = 1$ la valeur de $\alpha = k$.

Nous démontrerons ci-dessous l'autre procédé, qui permet de trouver l'expression mathématique de la vitesse de groupe pour le cas de la vitesse de phase égale à celle de la lumière. En dérivant l'équation de dispersion (II.19b) par rapport à ω et en faisant ensuite tendre γ_1 vers zéro, on obtient :

$$\frac{d\gamma_1^2}{d\omega} \Phi(\Psi - \frac{\nu}{ka}) + \frac{\nu}{ka} \frac{d}{d\omega} (\Psi + \Phi) = 0, \quad (\text{II.45})$$

avec :

$$\begin{aligned} \Phi &= -\frac{ka}{2(\nu+1)}, \quad \frac{\Psi_{\nu,\nu+1}}{\Psi_{\nu,\nu}} = \frac{ka}{\nu+1}, \quad k \frac{d\gamma_1^2}{d\omega} = 2(\beta_g - 1), \\ \Psi &= \frac{ka}{2(\nu+1)}, \quad k \frac{d\Phi}{d\omega} = -\frac{ka}{2(\nu+1)} \left[\beta_g + (\beta_g - 1) \frac{(ka)^2}{2(\nu+1)(\nu+2)} \right], \\ \frac{k}{\Psi_{\nu,\nu+1}} \frac{d\Psi_{\nu,\nu+1}}{d\omega} &= \left[\frac{\Psi_{\nu,\nu+1}}{\Psi_{\nu,\nu+1}} k\beta + \frac{\Psi_{\nu,\nu}}{\Psi_{\nu,\nu+1}} ka - (\nu+1) \right] \cdot \beta_g, \\ \frac{k}{\Psi_{\nu,\nu}} \frac{d\Psi_{\nu,\nu}}{d\omega} &= \left[\frac{\Psi_{\nu,\nu}}{\Psi_{\nu,\nu}} k\beta - \frac{\Psi_{\nu,\nu+1}}{\Psi_{\nu,\nu}} ka + \nu \right] \cdot \beta_g. \end{aligned} \quad (\text{II.46})$$

En portant (II.46) dans (II.45) et après quelques calculs, nous obtenons l'expression de la vitesse de groupe :

$$\beta_g = \frac{\frac{(ka)^2}{\nu(\nu+2)} - 1}{\frac{2\nu}{\nu+1} - \frac{\nu^2 + \nu - 1}{\nu(\nu+1)(\nu+2)} (ka)^2 - k\beta \left[\frac{\Psi_{\nu,\nu+1}}{\Psi_{\nu,\nu+1}} - \frac{\Psi_{\nu,\nu}}{\Psi_{\nu,\nu}} \right]} \cdot (\text{II.47})$$

La comparaison des formules (II.44) et (II.47) rend obligatoire l'étude plus attentive de la combinaison des fonctions :

$$\frac{\Psi_{\nu,\nu+1}}{\Psi_{\nu,\nu+1}} - \frac{\Psi_{\nu,\nu}}{\Psi_{\nu,\nu}}.$$

Finalement, nous avons découvert la relation remarquable (une identité mathématique) :

$$\begin{vmatrix} \Psi_{\nu,\nu}(y,x) & \Psi_{\nu,\nu}(y,x) \\ \Psi_{\nu,\nu+1}(y,x) & \Psi_{\nu,\nu+1}(y,x) \end{vmatrix} = -\frac{2}{\pi x} \cdot \frac{2}{\pi y}. \quad (\text{II.48})$$

Cette relation est très utile et permettra plus tard de simplifier considérablement les autres expressions mathématiques. En utilisant (II.48) et en tenant compte de (II.30), il est facile de montrer que la formule (II.47) est tout à fait identique à la formule (II.44), c'est-à-dire que la vitesse de groupe et la vitesse du flux d'énergie sont strictement égales.

En utilisant les expressions trouvées du flux de puissance, de l'énergie emmagasinée et de la vitesse de groupe, il est facile d'obtenir les expressions de R/Q . En effet, en portant (II.42) pour $\nu = 1$ dans (II.5) et en tenant compte de (II.26) nous obtenons :

$$\frac{R}{Q} = \frac{32}{ca(ka)^3 \left[1 - \frac{(ka)^2}{6} + \frac{8}{(\pi ka \gamma_{1,1})^2} \right]} . \quad (\text{II.49})$$

La solution de l'équation (II.30) et les valeurs des expressions (II.40) et (II.49) en fonction de a/λ seront données par la suite.

5. LES PROPRIETES DES ONDES COMPLEXES

Nous allons maintenant étudier les propriétés des ondes complexes, dont la définition a déjà été donnée (voir section 10 du chapitre I).

L'existence de ces ondes est en relation étroite avec la propagation des ondes hybrides. Comme structure, nous allons choisir le guide à iris infiniment minces et dans l'approximation d'un pas petit par rapport à la longueur d'onde. Ce modèle est très commode et représente la plus simple de toutes les structures cylindriques permettant la propagation d'ondes hybrides. En effet, il peut être caractérisé au moyen d'un seul paramètre a/b (a étant le rayon de l'iris et b le rayon du guide). De plus, les arguments des fonctions de Bessel dans les expressions des champs pour la région II [voir éq. (II.15)] ne dépendent pas de la constante de propagation. Ce fait simplifie considérablement l'équation de dispersion. Enfin, dans ce modèle, tous les genres de dispersion (positive et négative) existent. Ceci a une répercussion sur les propriétés très diversifiées des ondes complexes.

Pour obtenir l'équation de dispersion des ondes complexes par la méthode expliquée à la section 10 du chapitre I, nous introduisons les équations suivantes :

$$P = P_1 - jP_2, \quad q = q_1 - jq_2, \quad \Phi = \Phi_1 - j\Phi_2, \quad (\text{II.50})$$

où $p_1, p_2, q_1, q_2, \Phi_1$ et Φ_2 sont des valeurs réelles. En portant (II.50) et la constante complexe de la propagation $\kappa = \kappa_1 - j\kappa_2$ dans le système d'équations (II.17), et en égalant à zéro la partie réelle et la partie imaginaire de chaque équation, nous obtenons un ensemble de quatre équations linéaires par rapport aux constantes p_1, p_2, q_1 et q_2 .

L'équation de dispersion pour les ondes complexes s'obtient en annulant le déterminant du système des équations. Après quelques transformations, on peut le réduire à la forme simplifiée :

$$(M_1 - M_2)^2 + (M_3 - M_4)^2 = 0, \quad (\text{II.51})$$

où M_1, M_2, M_3 et M_4 sont les mineurs du 2^e ordre :

$$M_1 = \begin{vmatrix} -\frac{\alpha_1}{k} \bar{\Phi}_1 + \frac{\alpha_2}{k} \bar{\Phi}_2 & -\bar{\Phi}_1 - \frac{\nu}{ka} \\ \bar{\Psi}_1 & \frac{\alpha_1}{k} (\bar{\Psi}_1 - \frac{\nu}{ka}) - \frac{\alpha_2}{k} \bar{\Phi}_2 \end{vmatrix},$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} \frac{\alpha_2}{k} \bar{\Phi}_1 + \frac{\alpha_1}{k} \bar{\Phi}_2 & \bar{\Phi}_2 \\ -\bar{\Phi}_2 & -\frac{\alpha_2}{k} (\bar{\Psi}_1 - \frac{\nu}{ka}) + \frac{\alpha_1}{k} \bar{\Phi}_2 \end{vmatrix},$$

(II.52)

$$M_3 = \begin{vmatrix} -\frac{\alpha_1}{k} \bar{\Phi}_1 + \frac{\alpha_2}{k} \bar{\Phi}_2 & \bar{\Phi}_2 \\ \bar{\Psi}_1 & -\frac{\alpha_2}{k} (\bar{\Psi}_1 - \frac{\nu}{ka}) - \frac{\alpha_1}{k} \bar{\Phi}_2 \end{vmatrix},$$

$$M_4 = \begin{vmatrix} -\bar{\Phi}_1 - \frac{\nu}{ka} & \frac{\alpha_2}{k} \bar{\Phi}_1 + \frac{\alpha_1}{k} \bar{\Phi}_2 \\ \frac{\alpha_1}{k} (\bar{\Psi}_1 - \frac{\nu}{ka}) - \frac{\alpha_2}{k} \bar{\Phi}_2 & -\bar{\Phi}_2 \end{vmatrix},$$

et où :

$$\bar{\Psi}_1 = \frac{\Psi_{\nu, \nu+1}}{\Psi_{\nu, \nu}} + \bar{\Phi}_2.$$

On peut voir que l'équation (II.51) est équivalente au système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} M_1 - M_2 = 0 \\ M_3 - M_4 = 0. \end{cases} \quad (II.53)$$

La solution de ce système nous amène à étudier les deux fonctions $\alpha_1(k)$ et $\alpha_2(k)$. Si la constante de propagation est réelle ($\alpha = \alpha_1$ et $\alpha_2 = 0$), les mineurs M_2 , M_3 , M_4 et la fonction Φ sont identiquement nuls; l'équation de dispersion s'écrit :

$$M_1 = 0 \quad (II.54)$$

et se réduit, après quelques transformations, à la formule bien connue (II.19).

Pour les ondes évanescentes, la constante de propagation est purement imaginaire ($\alpha = -j\alpha_2$ et $\alpha_1 = 0$). Dans ce cas, les composantes des mineurs M_3 , M_4 et la fonction Φ_2 sont identiquement nuls. L'équation de dispersion prend la forme :

$$M_1 - M_2 = 0. \quad (\text{II.55})$$

En comparant les équations (II.55) et (II.53), on peut voir que la première peut être transformée dans la deuxième en remplaçant α par $-j\alpha$ et réciproquement.

Pour déterminer les régions où les ondes complexes peuvent exister, nous analyserons le comportement des ondes qui se propagent et celui des ondes évanescentes.

Dans le cas $\alpha = 0$ (fréquence de coupure) les relations de dispersion (II.53) et (II.54) sont identiques et se réduisent à deux équations indépendantes (II.21). Nous allons définir les ondes hybrides du type gh_{vm} comme un mode de fréquence de coupure $ka = \alpha_{vm}$ où α_{vm} est la m^e racine de l'équation (II.21a). De même, nous définissons des modes ge_{vn} en nous servant des racines β_{vn} de l'équation (II.21b). Cette manière de classifier est commode pour la suite, et il faut se rappeler que ceci n'est qu'une nomenclature préliminaire.

La figure 5 représente l'évolution des courbes de dispersion en fonction du paramètre a/b pour $v = 1$. Les calculs ont été effectués à l'aide d'un ordinateur. On peut voir trois régions de dispersion de la branche réelle du mode inférieur (demi-plan supérieur de la figure 5). Ces régions correspondent à la variation du paramètre a/b dans les limites suivantes :

$0,552 \leq a/b \leq 1$	dispersion normale (fig. 5a, b, c, d);
$0,289 \leq a/b < 0,552$	dispersion mélangée (fig. 5e, f, g);
$0 \leq a/b < 0,289$	dispersion anormale (fig. 5h, i).

Pour $a/b = 0,480$, les fréquences de coupure des ondes gh_{11} et ge_{11} coïncident (fig. 5e), le mode inférieur étant gh_{11} pour $a/b > 0,480$ et ge_{11} pour $a/b < 0,480$. Pour $a/b > 0,559$, les branches évanescentes des deux modes inférieurs gh_{11} et ge_{11} ressemblent aux courbes correspondantes dans un guide lisse (demi-plan inférieur de la figure 5). Pour $a/b = 0,559$ les branches évanescentes de ces ondes ont un point commun A (fig. 5b). Ensuite, pour $a/b < 0,559$ les branches se séparent en deux boucles (fig. 5c) : la boucle 1 refferme les branches réelles gh_{11} et ge_{11} à travers la région imaginaire aux points correspondant aux fréquences de coupure; la boucle 2 se refferme à l'infini pour $ka \rightarrow 0$ et $\alpha_1/k \rightarrow \infty$. Une bande de fréquences isolées existe entre les deux boucles. Si les fréquences de coupure des deux modes considérés coïncident ($a/b = 0,480$), la boucle 1 disparaît (fig. 5e) et est alors ($a/b < 0,480$) déplacée vers la gauche de la fréquence de coupure $ka = 1,841$ du mode gh_{11} . En plus des courbes de dispersion des deux modes inférieurs, la figure 5 représente celle du mode suivant ge_{12} . Cette courbe a une forme très complexe dans le demi-plan inférieur et est séparée en deux parties : une branche oscillante qui se prolonge à l'infini, et une boucle 3 isolée qui provient du passage du mode ge_{12} au mode gh_{12} .

Pour $a/b = 0,286$, la branche évanescence du mode ge_{12} a un seul point commun B avec la branche 1 (fig. 5h). Si l'on diminue encore le paramètre a/b , le mode ge_{12} rejoint le mode gh_{11} à travers la région imaginaire du mode gh_{11} .

Les branches évanescentes de ce mode ont une forme ondulatoire et sont séparées par des bandes de fréquences isolées. Comme dans le cas des modes inférieurs, ces bandes de fréquences sont des régions où les ondes complexes peuvent exister.

Le système d'équations (II.53) doit être résolu pour obtenir les courbes de dispersion des ondes complexes. Ceci a été fait à l'aide d'un ordinateur; les résultats sont indiqués sur la figure 5 par les courbes pointillées. En accord avec les trois régions de dispersion du mode inférieur, trois types de solutions existent pour les ondes complexes (fig. 5a, f, g).

Dans la région de dispersion positive, le mode complexe inférieur apparaît pour $a/b < 0,559$ (fig. 5c, d). Dans ce cas, puisque le paramètre a/b est réduit, la bande de fréquence du mode complexe devient plus large, tandis que la partie réelle de la constante de propagation augmente. Dans la région où les types de dispersion sont mélangés ($0,289 < a/b < 0,552$), la bande réelle des ondes complexes rejoint la bande réelle des ondes hybrides au point où la vitesse de groupe de ces dernières s'annule (fig. 5e, f).

En ce qui concerne les modes complexes supérieurs, il faut introduire encore un indice μ en plus des deux indices particuliers ν et m (ou n) qui caractérisent le numéro de la courbe dans la section verticale $ka = \text{const.}$ (voir fig. 6).

6. LE GUIDE A IRIS PARTIELLEMENT REMPLI DE DIELECTRIQUE

Le modèle que nous allons étudier est représenté schématiquement par la figure 7. Considérons brièvement cette structure, qui est un cas particulier de notre modèle général (voir section 5 de ce chapitre). Nous reprenons les trois conditions vues antérieurement :

- i) L'approximation d'un pas petit par rapport à la longueur d'onde;
- ii) Les iris infiniment minces;
- iii) Les pertes négligeables.

Nous étudierons en particulier le cas dans lequel la vitesse de phase est égale à celle de la lumière. La région d'iris dans ce cas est caractérisée par le tenseur :

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} -\infty & 0 & 0 \\ 0 & -\infty & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix}, \quad (\text{II.56})$$

tandis que la relation de dispersion est déterminée par l'expression (II.19), où :

$$\Psi = \sqrt{\epsilon} \frac{\gamma_{\nu, \nu+1}(\sqrt{\epsilon} kb, \sqrt{\epsilon} ka)}{\gamma_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon} kb, \sqrt{\epsilon} ka)} + \Phi, \quad (\text{II.57})$$

$$\Phi = - \frac{\gamma_{\nu+1}(\gamma_1 ka)}{\gamma_1 \gamma_{\nu}(\gamma_1 ka)}.$$

En particulier, pour $\beta_{ph} = 1$ la relation (II.19) s'écrit :

$$\sqrt{\epsilon} \frac{\psi_{\nu, \nu+1}(\sqrt{\epsilon} kb, \sqrt{\epsilon} ka)}{\psi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon} kb, \sqrt{\epsilon} ka)} - \frac{ka}{\nu+1} = 0. \quad (II.58)$$

La solution de cette équation pour le mode inférieur avec $\nu = 1$ et pour plusieurs valeurs de ϵ est représentée sur la figure 8. Cette figure nous permet de constater que :

- i) La variation de b/λ en fonction de a/λ devient monotone pour $\epsilon \geq 2$;
- ii) b/λ décroît si ϵ augmente;
- iii) Pour les petites valeurs de a/λ , ainsi que nous pouvions le prévoir, b/λ tend vers une valeur limite $1,841/(2\pi\sqrt{\epsilon})$.

Par analogie avec la formule (II.47), l'énergie emmagasinée s'écrit :

$$W = \frac{a^2(p+q)^2}{16} \left[\frac{4}{\epsilon(\pi ka \psi_{\nu, \nu})^2} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \frac{\nu}{(ka)^2} - \frac{(\nu^2+\nu-1)(ka)^2}{\nu(\nu+1)^3(\nu+2)} + \frac{\nu+(\nu+1)(1-\sqrt{\epsilon})}{\sqrt{\epsilon}(\nu+1)} \right]. \quad (II.59)$$

En portant (II.36) et (II.59) dans (II.48), nous obtenons l'expression pour la vitesse du flux d'énergie :

$$\beta_e = \frac{\frac{(ka)^2}{\nu(\nu+2)} - 1}{\frac{4(\nu+1)}{\epsilon(\pi ka \psi_{\nu, \nu})^2} - \frac{(\nu^2+\nu-1)(ka)^2}{\nu(\nu+1)(\nu+2)} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \frac{\nu(\nu+1)}{(ka)^2} + \frac{\nu+(\nu+1)(1-\sqrt{\epsilon})}{\sqrt{\epsilon}}}, \quad (II.60)$$

où les variables $\sqrt{\epsilon} kb$ et $\sqrt{\epsilon} ka$ dans la fonction $\psi_{\nu, \nu}$ sont liées par les relations (II.58).

La solution de (II.60) est représentée à la figure 9 pour le mode inférieur avec $\nu = 1$ et pour quelques valeurs d' ϵ . Ceci nous permet de voir que :

- i) La valeur $(a/\lambda) = (\sqrt{3}/2\pi)$, qui correspond à $\beta_g = 0$, ne dépend pas de ϵ ;
- ii) La valeur maximale de la vitesse négative du flux d'énergie diminue quand ϵ s'accroît;
- iii) Dans la région où a/λ est très petit, β_g augmente si ϵ augmente.

En introduisant (II.59) et (II.28) dans (II.4), nous obtenons facilement l'expression de R/Q . Les courbes R/Q en fonction de a/λ sont représentées à la figure 10. Ceci nous permet de conclure que pour les petites valeurs (les grandes valeurs) de a/λ la valeur R/Q s'accroît (diminue) quand ϵ s'accroît.

7. LE GUIDE A IRIS AVEC UNE COLONNE DU MAGNETOPLASMA

Sur la figure 11 nous avons représenté la géométrie et les caractéristiques de ce modèle, dont la structure est un cas particulier de notre modèle général (voir section 5 du chapitre I). Nous nous restreindrons de nouveau aux trois conditions :

- $\lambda_g \gg D$,
- $T \ll D$, et
- les pertes sont négligeables.

Dans ce cas les régions I et II sont caractérisées par les tenseurs (II.13) et (I.29). En portant les composantes de ces tenseurs dans (I.71), on obtient la relation de dispersion sous la forme bien connue (II.19), où :

$$\Phi = - \frac{\mathcal{I}_{\nu+1}(\gamma_1 ka)}{\gamma_1 \mathcal{I}_\nu(\gamma_1 ka)}, \quad \Psi = \frac{\psi_{\nu,\nu+1}(kb, ka)}{\psi_{\nu,\nu}(kb, ka)} - F,$$

$$F = \begin{cases} (1-\gamma_0^2) \frac{\mathcal{I}_{\nu+1}(\Gamma_1 ka)}{\Gamma_1 \mathcal{I}_\nu(\Gamma_1 ka)} & \text{si } \gamma_0^2 \leq 1 \\ (1-\gamma_0^2) \frac{I_{\nu+1}(\tilde{\Gamma}_1 ka)}{\tilde{\Gamma}_1 I_\nu(\tilde{\Gamma}_1 ka)} & \text{si } \gamma_0^2 \geq 1, \end{cases} \quad (\text{II.61})$$

$$\gamma_1^2 = 1 - \left(\frac{\mathfrak{x}}{k}\right)^2, \quad \Gamma_1^2 = -\tilde{\Gamma}_1^2 = (1-\gamma_0^2) \cdot \gamma_1^2, \quad \gamma_0^2 = \left(\frac{\omega p}{\omega}\right)^2.$$

Lorsque la vitesse de phase est égale à celle de la lumière ($\gamma_1 = 0$), la relation de dispersion (II.19) se transforme en :

$$\frac{\psi_{\nu,\nu}(kb, ka)}{\psi_{\nu,\nu}(kb, ka)} - \frac{(2-\gamma_0^2)ka}{2(\nu+1)} = 0. \quad (\text{II.62})$$

La figure 12 représente la solution de l'équation (II.62). La variation de b/λ en fonction de a/λ est donnée pour plusieurs valeurs du paramètre γ_0^2 . On remarque que :

- i) Pour $\gamma_0^2 > 1$, les courbes s'accroissent d'une manière monotone;
- ii) Si la valeur de γ_0^2 augmente, le diamètre de la structure b/λ fait de même.

En remplaçant ϵ_{12} par $1 - \gamma_0^2$ dans (I.76), on obtient l'expression suivante pour le flux de puissance :

$$P = \frac{c a^2 / (p+q)^2}{16(\nu+1)} \left[(ka)^2 \frac{\nu \gamma_0^2 (\gamma_0^2 - 2) + 4(\nu+1)}{4\nu(\nu+1)(\nu+2)} - 1 \right]. \quad (\text{II.63})$$

Les expressions du champ $\mathfrak{x} = k$ dans les régions I et II sont données par les formules (I.60) et (II.28). Nous obtenons la vitesse de groupe par le moyen démontré à la section 3 de ce chapitre. Nous obtenons l'expression suivante :

$$\beta_g = \frac{(ka)^2 \frac{\nu \gamma_0^2 (\gamma_0^2 - 2) + 4(\nu + 1)}{4\nu(\nu + 1)(\nu + 2)} - 1}{\frac{4(\nu + 1)}{(\pi ka \psi_{\nu, \nu})^2} + (1 - \gamma_0^2)/(\nu + 1) - 1 - (ka)^2 \frac{\nu(2 - \gamma_0^2)[(\nu + 2)(2 - \gamma_0^2) + \gamma_0^2] - 4(\nu + 1)}{4\nu(\nu + 1)(\nu + 2)}} \quad (II.64)$$

Les résultats du calcul de la vitesse de groupe sont représentés à la figure 13. Les expressions (II.63) et (II.64), ainsi que les courbes de la figure 13, nous permettent de conclure que la région d'existence (intervalle a/λ) d'ondes inverses est maximale pour $\gamma_0^2 = 1$ (c'est-à-dire $\epsilon_{12} = 0$). Cette région décroît rapidement si γ_0^2 augmente, c'est-à-dire si la densité du plasma augmente pour une fréquence donnée.

La valeur $(a/\lambda)_0$, correspondant à $\beta_g = 0$, peut être déterminée au moyen de l'expression :

$$\left| \frac{a}{\lambda} \right|_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4\nu(\nu + 1)(\nu + 2)}{\nu \gamma_0^2 (\gamma_0^2 - 2) + 4(\nu + 1)}} \quad (II.65)$$

La valeur maximale de la vitesse de groupe négative correspond à $\gamma_0^2 = 0$, c'est-à-dire à l'absence totale de plasma. A partir de (II.3), le paramètre R/Q peut être mis sous la forme :

$$\frac{R}{Q} = \frac{E_0^2}{P} \cdot \frac{\beta_g}{k} \quad (II.66)$$

En portant pour $\nu = 1$ dans (II.66) l'expression du flux de puissance (II.63) et la vitesse de groupe (II.64), et en tenant compte de (II.26), on peut obtenir l'expression pour R/Q .

Les courbes représentatives de ce paramètre sont données à la figure 14. Nous voyons que la valeur R/Q diminue très vite lorsque γ_0^2 augmente.

8. COMPARAISON DES DEUX METHODES

Jusqu'ici nous avons étudié les structures à iris dans l'approximation d'un pas petit par rapport à la longueur d'onde et pour des iris infiniment minces. Nous supposons maintenant que l'épaisseur relative de l'iris peut avoir n'importe quelle valeur. Dans ce cas, un guide à iris peut être caractérisé par le tenseur $\hat{\epsilon}_{II}$ obtenu d'après (I.47) en y posant $\epsilon_1 = 1$ et $d_1 = d$:

$$\hat{\epsilon}_{II} = \begin{pmatrix} -\infty & 0 & 0 \\ 0 & -\infty & 0 \\ 0 & 0 & d/d \end{pmatrix} \quad (II.67)$$

En comparant les tenseurs (II.67) et (II.56), nous concluons qu'ils ont une structure identique. Cela signifie que le guide à iris considéré est équivalent à un guide chargé par des iris infiniment minces, partiellement rempli de diélectrique, avec une constante $\epsilon = D/d$ (voir section 6 de ce chapitre). C'est pourquoi, en remplaçant ϵ par D/d dans toutes les formules de la section 6, on obtient les expressions qui nous intéressent. De la même façon, le paramètre ϵ peut être remplacé par D/d pour les courbes b/λ , β_g et R/Q sur les figures 8, 9 et 10.

Les propriétés des ondes hybrides dans un guide à iris dans l'approximation d'un pas petit par rapport à la longueur d'onde ont déjà été considérées dans divers travaux⁹⁻¹²⁾, ainsi que dans ceux du présent auteur^{12,25,33)}. Mais contrairement à la méthode donnée ci-dessus, où l'on remplace l'ensemble des iris métalliques par un milieu diélectrique anisotrope avec un tenseur équivalent correspondant (pour abréger nous l'appellerons "approximation anisotropique"), dans toutes les autres oeuvres mentionnées on utilise l'approximation de l'impédance. Le raccordement des champs sur la surface $r = a$ s'effectue à l'aide des deux impédances : transversale $Z_\theta = E_\theta/H_z$ et longitudinale $Z_z = -(E_z/H_\theta)$, ce qui revient à prendre pour conditions aux limites :

$$\int_I \bar{E}_z dz = \int_{II} E_z dz, \quad (II.68a)$$

et :

$$H_\theta^I = H_\theta^{II}. \quad (II.68b)$$

On peut voir d'après (II.68a), que l'on égale non pas les champs longitudinaux, mais les tensions longitudinales. Ceci permet de tenir compte de l'influence de l'épaisseur des iris.

Dans l'approximation de l'impédance, les expressions des champs dans la région I sont identiques aux formules (II.18); les champs dans la région II correspondent à une onde TM_{vn} et sont représentés par (II.17). La relation de dispersion s'écrit sous la forme¹²⁾ :

$$\gamma_1^2 \Psi \Phi + \frac{\nu}{ka} \left[\Psi + \frac{x^2}{k^2} \Phi + \left(\frac{d}{D} - 1 \right) \left(\Phi + \frac{\nu}{ka} \right) \right] = 0, \quad (II.69)$$

où :

$$\Psi = \frac{\gamma_{\nu, \nu+1}(k\theta, ka)}{\gamma_{\nu, \nu}(k\theta, ka)} + \frac{d}{D} \Phi, \quad \Phi = \frac{J_{\nu+1}(\gamma_1 ka)}{\gamma_1 J_\nu(\gamma_1 ka)}$$

et :

$$\gamma_1^2 = 1 - \frac{x^2}{k^2}.$$

En particulier, pour $\beta_{ph} = 1$, la relation (II.69) se réduit à :

$$\frac{\gamma_{\nu, \nu+1}}{\gamma_{\nu, \nu}} - \frac{d}{D} \cdot \frac{ka}{\nu+1} - \frac{\nu}{ka} \left(1 - \frac{d}{D} \right) = 0.$$

La solution (II.70), de même que la vitesse de groupe β_g et R/Q , sont représentées sur les figures 15, 16 et 17 pour quelques valeurs du paramètre d/D . En comparant les relations de dispersion (II.19) et (II.58) avec (II.69), ainsi que les résultats des calculs donnés sur les figures 8, 9 et 10 avec les résultats présentés sur les figures 15, 16 et 17, on peut tirer la conclusion suivante : les deux méthodes (approximation anisotrope et approximation de l'impédance) ne donnent des résultats identiques que dans le cas d'iris minces. Lorsque l'épaisseur de l'iris T est comparable avec la période D , l'approximation de l'impédance décrit plus correctement les propriétés des ondes hybrides en fonction de d/D . Ceci peut être confirmé par la comparaison des résultats de la théorie rigoureuse^{14-17,33}). Cela signifie que l'on peut décrire un ensemble d'iris métalliques par le tenseur diélectrique équivalent seulement dans le cas d'iris minces.

Comme toutes les structures dans ce chapitre ont été considérées avec la condition (II.12), les résultats obtenus sont valables.

On ne peut obtenir de résultats plus précis qu'à l'aide d'une théorie rigoureuse et en tenant compte des pertes, des collisions entre les électrons dans le plasma, etc.

CHAPITRE III

ETUDE DE STRUCTURES CYLINDRIQUES PARTIELLEMENT REMPLIES DE DIELECTRIQUE

Nous allons maintenant étudier les structures cylindriques partiellement remplies de diélectrique dans les trois cas suivants :

- i) Un guide avec un tube diélectrique;
- ii) Un guide avec un tube diélectrique et avec une colonne de magnétoplasma;
- iii) Un guide à iris diélectriques dans l'approximation d'un pas petit par rapport à la longueur d'onde.

Toutes ces structures sont des cas particuliers de notre modèle général (voir chapitre I, section 5). Nous pouvons donc prendre comme base les résultats obtenus au chapitre I.

1. L'EQUATION DE DISPERSION ET SA SOLUTION POUR UN GUIDE CHARGE PAR UN TUBE DIELECTRIQUE

La géométrie du modèle que nous allons maintenant considérer est représentée schématiquement sur la figure 18.

Pour ce modèle, nous pouvons obtenir la solution mathématique rigoureuse. Pour cette raison il est très intéressant d'étudier les trois groupes de paramètres qui caractérisent la structure déflectrice (cf. chapitre II, section 1). En posant $\epsilon_{1z} = \epsilon_{1r} = 1$ et $\epsilon_{2z} = \epsilon_{2r} = \epsilon$ dans (I.60) et (I.71) nous obtenons facilement l'équation de dispersion pour cette structure :

$$\gamma_1^2 \gamma_2^2 \bar{\Psi} \bar{\Phi} + (\epsilon - 1) \frac{\nu}{ka} \left[\bar{\Psi} + \frac{x^2}{k^2} \bar{\Phi} \right] = 0, \quad (\text{III.1})$$

où :

$$\bar{\Psi} = \frac{\epsilon \gamma_{2\nu r1}(\gamma_2 k \ell, \gamma_2 ka)}{\gamma_2 \gamma_{\nu, \nu}(\gamma_2 k \ell, \gamma_2 ka)} - \frac{J_{\nu r1}(\gamma_2 ka)}{\gamma_2 J_{\nu}(\gamma_2 ka)},$$

$$\bar{\Phi} = \frac{\gamma_{2\nu r1}(\gamma_2 k \ell, \gamma_2 ka)}{\gamma_2 \gamma_{\nu, \nu}(\gamma_2 k \ell, \gamma_2 ka)} - \frac{J_{\nu r1}(\gamma_2 ka)}{\gamma_2 J_{\nu}(\gamma_2 ka)}, \quad \gamma_1^{-2} = 1 - \frac{x^2}{k^2}, \quad \gamma_2^{-2} = \epsilon - \frac{x^2}{k^2}. \quad (\text{III.2})$$

Dans le cas de la coupure ($x = 0$) l'équation (III.1) comme d'habitude se décompose en deux équations :

$$\bar{\Psi} = 0 \quad \text{et} \quad \epsilon \bar{\Phi} + \frac{\epsilon - 1}{ka} = 0.$$

Nous avons démontré que pour les deux modes inférieurs avec $\nu = 1$, ces équations ne sont pas compatibles, ce qui permet de douter de l'existence des ondes inverses dans ces structures. Lorsque la vitesse de phase est égale à celle de la lumière, l'équation (III.1) se transforme en :

$$\Psi + \Phi = 0, \quad (\text{III.3})$$

où :

$$\Psi = \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon-1}} \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}(\sqrt{\epsilon-1}k\theta, \sqrt{\epsilon-1}ka)}{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon-1}k\theta, \sqrt{\epsilon-1}ka)} - \frac{ka}{2(\nu+1)},$$

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{\epsilon-1}} \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}(\sqrt{\epsilon-1}k\theta, \sqrt{\epsilon-1}ka)}{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon-1}k\theta, \sqrt{\epsilon-1}ka)} - \frac{ka}{2(\nu+1)}.$$

Sur les figures 19a et 19b la solution de cette équation est donnée pour le premier et le deuxième modes inférieurs défecteurs ($\nu = 1$) en fonction de a/λ et pour quelques valeurs de ϵ . En particulier, nous voyons facilement que pour les petites valeurs d'ouverture de a/λ le diamètre de la structure tend vers la valeur suivante :

$$\frac{b}{\lambda} \rightarrow \frac{\alpha_{11}}{2\pi\sqrt{\epsilon-1}} \quad \text{pour le premier mode inférieur,}$$

$$\frac{b}{\lambda} \rightarrow \frac{\beta_{11}}{2\pi\sqrt{\epsilon-1}} \quad \text{pour le deuxième mode inférieur,}$$

où α_{11} et β_{11} sont respectivement les premières racines des équations $J_1(\alpha) = 0$ et $J_1(\beta) = 0$.

2. EXPRESSIONS DES CHAMPS ET LE CHAMP ELECTRIQUE MAXIMAL

Les expressions des champs dans la région II ($a \leq r \leq b$) dans le cas $\beta_{ph} = 1$ peuvent être déduites de (I.46) et (I.48) en posant $\alpha = k$ et $\epsilon_{1z} = \epsilon_{1r} = 1$, $\epsilon_{2z} = \epsilon_{2r} = \epsilon$:

$$E_z = (p+q) \frac{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon-1}k\theta, \sqrt{\epsilon-1}kz)}{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon-1}k\theta, \sqrt{\epsilon-1}ka)} e^{-i\nu\theta},$$

$$H_z = -(p+q) \frac{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon-1}k\theta, \sqrt{\epsilon-1}kz)}{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon-1}k\theta, \sqrt{\epsilon-1}ka)} i e^{-i\nu\theta},$$

(III.4)

$$j(\epsilon-1)E_z = \frac{\partial E_z}{\partial kz} - \frac{i\nu}{kz}H_z, \quad j(\epsilon-1)H_z = \epsilon \frac{i\nu}{kz}E_z + \frac{\partial H_z}{\partial kz},$$

$$j(\epsilon-1)E_\theta = -\frac{i\nu}{kz}E_z - \frac{\partial H_z}{\partial kz}, \quad j(\epsilon-1)H_\theta = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial kz} - \frac{i\nu}{kz}H_z.$$

Nous obtiendrons les expressions des champs dans la région I à partir de (I.60), en y posant $\epsilon_{1z} = 1$ et en tenant compte de (I.59) :

$$\begin{aligned}
 E_z &= (p+q) \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^\nu \cdot e^{-i\nu\theta} & H_z &= -(p+q) \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^\nu \cdot i e^{-i\nu\theta}, \\
 E_r &= j \left[(p+q) \cdot \frac{ka}{2(\nu+1)} \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu+1} + q \frac{\nu}{ka} \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1} \right] \cdot e^{-i\nu\theta}, \\
 E_\theta &= j \left[(p+q) \cdot \frac{ka}{2(\nu+1)} \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu+1} - q \frac{\nu}{ka} \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1} \right] \cdot i e^{-i\nu\theta}, \quad (\text{III.5}) \\
 H_r &= -j \left[(p+q) \frac{ka}{2(\nu+1)} \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu+1} + p \frac{\nu}{ka} \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1} \right] \cdot i e^{-i\nu\theta}, \\
 H_\theta &= j \left[(p+q) \frac{ka}{2(\nu+1)} \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu+1} - p \frac{\nu}{ka} \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1} \right] \cdot e^{-i\nu\theta}.
 \end{aligned}$$

La relation entre les constantes p et q s'exprime par (I.61), où la fonction ϕ se détermine à l'aide de l'équation (III.2). Nous pouvons voir ici que pour la structure considérée, et contrairement au guide à iris, la relation entre p et q ne peut pas être exprimée par une fonction algébrique de la variable ka seulement. C'est une fonction très compliquée qui exige la résolution de l'équation de dispersion (III.3).

Nous avons déjà noté à la section 1 du chapitre II que les limitations de déflexion qui sont dues aux champs électriques maximaux admissibles dans la structure peuvent être caractérisées par le paramètre E_p/E_0 .

Il est donc essentiel de savoir, pour une puissance donnée, quel est le champ électrique maximal sur la surface du diélectrique à l'extérieur (E_p^{ext}) et à l'intérieur (E_p^{int}). Pour cela nous calculerons les paramètres $(E_p/E_0)_t^{\text{ext}}$ et $(E_p/E_0)_t^{\text{int}}$. A cause du caractère dipolaire des modes défecteurs, le champ électrique maximal se trouve dans le plan $\theta = 0$, où seules les deux composantes du champ électrique E_z et E_r sont différentes de zéro. En tenant compte de ce que E_z et E_r sont perpendiculaires et déphasées de $\pi/2$ [voir éq. (III.4) et (III.5)], nous pouvons montrer que le champ électrique maximal s'exprime uniquement, soit par la valeur maximale d'une composante, soit par la valeur maximale de l'autre. En effet, représentons E_z et E_r sous la forme :

$$E_z = F_{||}(z) \cos \omega t \quad \text{et} \quad E_r = F_{\perp}(z) \sin \omega t.$$

Le champ électrique dans la structure et dans le plan $\theta = 0$ peut donc être exprimé par :

$$E^2 = (F_{\perp}^2 - F_{||}^2) \cdot \sin^2 \omega t + F_{||}^2.$$

On en déduit :

$$E_p^2 = \text{MAX} \begin{cases} (F_{11})_{\text{max}} \\ (F_{12})_{\text{max}} \end{cases}$$

donc, compte tenu de (I.30), de (I.61) et de (III.3), et à partir de (III.4) et de (III.5) nous avons les expressions :

$$\left(\frac{E_p}{E_0}\right)_t^{\text{ext}} = ka \cdot \text{MAX} \begin{cases} 1 \\ \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon-1}} \cdot \frac{\psi_{1,2}(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}ka)}{\psi_{1,1}(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}ka)} \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

et :

$$\left(\frac{E_p}{E_0}\right)_t^{\text{int}} = ka \cdot \text{MAX} \begin{cases} \frac{\psi_{1,1}(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}kr_1)}{\psi_{1,1}(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}ka)} \\ \frac{F(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}kr_2)}{\psi_{1,1}(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}ka)}, \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

où :

$$F(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}kr_2) = \frac{1}{kr_2} (\psi_{1,1} - \psi_{1,2}) - \psi_{1,2},$$

et r_1 et r_2 sont les rayons pour lesquels les composantes E_z et E_r sont maximales.

Sur les figures 20a, 20b et 21a, 21b les paramètres $(E_p/E_0)_t^{\text{ext}}$ et $(E_p/E_0)_t^{\text{int}}$ sont représentés en fonction de a/λ pour les deux modes inférieurs avec $\nu = 1$. Nous concluons de ces figures que, pour le deuxième mode, on peut s'attendre à ce que la déflexion soit limitée par les champs électriques maximaux à l'intérieur du diélectrique.

3. LA RELATION ENTRE LES FLUX DE PUISSANCE ET L'ENERGIE EMMAGASINEE

Pour obtenir l'expression du flux de puissance dans le cas $\beta_{\text{ph}} = 1$ nous utiliserons le résultat de la section 8 du chapitre I [cf. éq. (I.75) et (I.76)]. En portant (I.61) et (III.3) dans (I.76) nous obtenons l'expression pour le flux de puissance dans la région I :

$$P_I = \frac{ca^2(p+q)^2}{8} \left[\frac{(ka)^2}{4(\nu+1)^2(\nu+2)} + \psi^2 \cdot \frac{1}{\nu} - \psi \cdot \frac{1}{ka} \right]. \quad (\text{III.8})$$

En portant $\epsilon_{1z} = \epsilon_{1r} = 1$ et $\epsilon_{2z} = \epsilon_{2r} = \epsilon$ dans (I.75) nous obtenons l'expression dans la région II :

$$P_{II} = \frac{ca^2(p+q)^2}{16(\varepsilon-1)} \left\{ \frac{4 \cdot \left[1 - \frac{v^2}{(\varepsilon-1)(kb)^2} \right]}{(\pi ka \varphi_{v,v})^2 (\varepsilon-1)} + \frac{4\varepsilon}{(\pi ka \varphi_{v,v})^2 (\varepsilon-1)} - \right. \\ \left. - \varepsilon \left(\frac{\varphi_{v,v+1}}{\varphi_{v,v}} \right)^2 - \left(\frac{\varphi_{v,v+1}}{\varphi_{v,v}} \right)^2 - (\varepsilon-1) \right\}. \quad (III.9)$$

Par analogie avec la section 3 du chapitre I, nous obtenons alors l'expression de l'énergie emmagasinée sous la forme :

$$W = W_I + W_{II}, \quad (III.10)$$

où, pour la région I :

$$W_I = \frac{P_I}{c} + \frac{(p+q)^2 a^2}{16} \left[\frac{v}{(ka)^2} + \frac{1}{v+1} \right], \quad (III.11)$$

et pour la région II :

$$W_{II} = \frac{\varepsilon P_{II}}{c} - \frac{(p+q)^2 a^2}{16} \left[\frac{v}{(ka)^2} + \frac{1}{v+1} \right]. \quad (III.12)$$

En portant (III.11) et (III.12) dans (III.10) nous obtenons pour le modèle considéré une relation très intéressante entre les flux partiels d'énergie et l'énergie totale emmagasinée^{*)} :

$$W = \frac{\varepsilon P_{II} + P_I}{c}. \quad (III.13)$$

Cela signifie que les paramètres généraux de cette structure déflectrice peuvent être exprimés uniquement en fonction des flux de puissance P_I et P_{II} . En effet, la vitesse d'énergie est :

$$\beta_e = \frac{P_I + P_{II}}{P_I + \varepsilon P_{II}}. \quad (III.14)$$

Nous pouvons obtenir des relations analogues pour R/Q et Z :

$$\frac{R}{Q} = \frac{E_o^2}{(P_I + \varepsilon P_{II})k}, \quad (III.15)$$

*) La relation plus générale est déduite dans l'appendice II.

et :

$$Z = \frac{E_c^2}{P_I + P_{II}} . \quad (\text{III.16})$$

Nous voyons d'après (III.14) que dans les deux cas extrêmes :

- $a \rightarrow 0$: $P_I \rightarrow 0$,
- $a \rightarrow b$: $P_{II} \rightarrow 0$,

la valeur de la vitesse d'énergie tend respectivement vers $\beta_e \rightarrow 1/\epsilon$ et $\beta_e \rightarrow 1$.

Les courbes calculées pour β_e et R/Q sont données en fonction de a/λ sur les figures 22a, 22b et 23a, 23b pour les deux modes inférieurs. En particulier, nous voyons d'après la comparaison des courbes que pour le deuxième mode la valeur de R/Q est beaucoup plus grande que pour le premier, au moins dans la région où a/λ et ϵ ont des valeurs raisonnables.

4. LES PERTES D'ENERGIE ET L'ATTENUATION

Pour la description complète du modèle considéré il faut tenir compte encore d'une caractéristique importante, l'atténuation I . Nous utilisons la définition :

$$I = \left| \frac{\frac{dP}{dz}}{2P} \right| , \quad (\text{III.17})$$

où dP/dz est la perte de puissance par une unité de longueur de structure.

Il y a deux sources d'atténuation : les pertes sur les parois du guide $(dP/dz)_c$ et les pertes dans le diélectrique $(dP/dz)_\epsilon$. La constante d'atténuation peut ainsi être présentée sous la forme :

$$I = I_c + I_\epsilon , \quad (\text{III.18})$$

où :

$$I_c = \left| \frac{\left(\frac{dP}{dz} \right)_c}{2P} \right| \quad \text{et} \quad I_\epsilon = \left| \frac{\left(\frac{dP}{dz} \right)_\epsilon}{2P} \right| .$$

La perte de puissance sur les parois peut être représentée à l'aide de l'expression :

$$\left| \frac{dP}{dz} \right|_c = \frac{\pi R_s b^2}{2} \left| H_z / r \right|^2 , \quad (\text{III.19})$$

où la valeur du champ $H_z^2 = H_z^2 + H_\theta^2$ a été prise sur la surface $r = b$. En utilisant les expressions des composantes correspondantes de (III.4) et aussi les formules (A.I.2) et (A.I.3), nous obtenons :

$$|H_z|^2 = \frac{4|P+Q|^2}{(\pi k b)^2 (\epsilon-1)} \left[\frac{1}{\varphi_{\nu,\nu}^2} + \frac{1}{\epsilon-1} \left(\frac{\epsilon}{\varphi_{\nu,\nu}} + \frac{\nu}{\sqrt{\epsilon-1} k b \varphi_{\nu,\nu}} \right)^2 \right]. \quad (\text{III.20})$$

Sur les figures 24a et b, I_c est représenté en fonction de a/λ pour quelques valeurs de ϵ pour les deux modes inférieurs. L'expression de la perte de puissance dans un diélectrique peut être trouvée à l'aide de :

$$\left(\frac{dP}{dz} \right)_\epsilon = \frac{\omega \epsilon \cdot \text{tg } \delta}{16\pi} \iiint_{V_{II}} E^2 dV, \quad (\text{III.21})$$

où $\text{tg } \delta$ est la tangente de l'angle de pertes du diélectrique. En portant les expressions des composantes pour la région II en (III.4) et en les intégrant, nous obtenons :

$$\left(\frac{dP}{dz} \right)_\epsilon = \omega \epsilon \text{tg } \delta \left[\frac{P_{II}}{c} - \frac{\epsilon+1}{(\epsilon-1)^2} \cdot \frac{1}{(\pi k a \varphi_{\nu,\nu})^2} - \frac{1}{4\sqrt{\epsilon-1} k a} \frac{\varphi_{\nu,\nu+1}}{\varphi_{\nu,\nu}} \right]. \quad (\text{III.22})$$

Du résultat obtenu, nous déduisons I_ϵ , dont la variation en fonction de a/λ est représentée sur les figures 25a et 25b pour les deux modes inférieurs ($\text{tg } \delta = 10^{-4}$). Le coefficient de surtension Q est donné en fonction de a/λ sur les figures 26a et 26b pour certaines valeurs de ϵ et $\text{tg } \delta = 10^{-4}$.

5. L'INFLUENCE DU MAGNETOPLASMA SUR LES PROPRIETES DISPERSIVES ET DEFLECTRICES

Remplissons la région vide ($r \leq a$) de la structure considérée par un plasma électronique plongé dans un champ magnétique axial infini. Dans ce cas le plasma est caractérisé par le tenseur (I.17). Considérons brièvement les propriétés de la structure obtenue, qui est présentée sur la figure 27. La relation de dispersion s'écrit sous la forme connue (III.1) avec :

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{\delta_2} \cdot \frac{\varphi_{\nu,\nu+1}(\delta_2 k b, \delta_2 k a)}{\varphi_{\nu,\nu}(\delta_2 k b, \delta_2 k a)} - \frac{J_{\nu+1}(\delta_1 k a)}{\delta_1 J_\nu(\delta_1 k a)}, \\ \Psi &= \frac{\epsilon}{\delta_2} \cdot \frac{\varphi_{\nu,\nu+1}(\delta_2 k b, \delta_2 k a)}{\varphi_{\nu,\nu}(\delta_2 k b, \delta_2 k a)} - F, \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

et l'expression pour F est donnée dans (II.77).

Dans tout ce qui suit, nous nous limiterons au cas de la vitesse de phase égale à celle de la lumière. Dans ce cas, la relation de dispersion se transforme en :

$$\Psi + \Phi = 0, \quad (\text{III.24})$$

où :

$$\Psi = \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon-1}} \cdot \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}ka)}{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}ka)} - \frac{(1-\gamma_0^2)ka}{2(\nu+1)},$$

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{\epsilon-1}} \cdot \frac{\varphi_{\nu, \nu+1}(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}ka)}{\varphi_{\nu, \nu}(\sqrt{\epsilon-1}kb, \sqrt{\epsilon-1}ka)} - \frac{ka}{2(\nu+1)}.$$

Sa solution pour le mode déflecteur ($\nu = 1$) est présentée sur la figure 28 pour $\gamma_0^2 = 0$ (l'absence du plasma) et $\gamma_0^2 = 10^3$ ($n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ pour $\lambda_0 = 10,5 \text{ cm}$) et pour plusieurs valeurs de ϵ . Nous concluons de cette figure que l'influence du plasma sur le rayon de la structure b/λ est petite et diminue si la valeur de ϵ augmente.

Le flux de puissance dans la région I peut être obtenu à partir de la formule (I.76), compte tenu de (I.61) et de (III.24) :

$$P_I = \frac{ca^2(\rho+q)^2}{8} \left\{ \frac{(ka)^2[1+(1-\gamma_0^2)^2]}{8(\nu+1)^2(\nu+2)} + \frac{1}{\nu} \Psi^2 - \frac{1}{ka} \Psi \right\}. \quad (\text{III.25})$$

En portant $\epsilon_{1r} = 1$, $\epsilon_{1z} = 1 - \gamma_0^2$ et $\epsilon_{2r} = \epsilon_{2z} = \epsilon$ dans (I.75), nous obtenons l'expression du flux de puissance dans la région II. En portant les expressions des champs dans la colonne du plasma (I.60) dans (II.42), et en tenant compte de (III.25), nous obtenons après des calculs fastidieux l'expression de l'énergie emmagasinée dans la région I :

$$W_I = \frac{P_I}{c} + \frac{a^2(\rho+q)^2}{16} \left[\frac{1}{\nu+1} + \frac{\nu}{(ka)^2} - \gamma_0^2 \frac{\nu^2(1-2\Psi \cdot \frac{\nu}{ka})}{2(\nu+1)^2(\nu+2)} \right]. \quad (\text{III.26})$$

De la même manière, nous obtenons l'expression de l'énergie emmagasinée dans la région II :

$$W_{II} = \frac{\epsilon P_{II}}{c} + \frac{a^2(\rho+q)^2}{16} \left[\frac{\gamma_0^2 \epsilon}{\epsilon-1} - \frac{1}{\nu+1} - \frac{\nu}{(ka)^2} \right]. \quad (\text{III.27})$$

D'après (III.26) et (III.27), l'énergie emmagasinée totale peut être mise sous la forme :

$$W = W_I + W_{II} = \frac{P_I + \epsilon P_{II}}{c} - \gamma_0^2 \frac{a^2(\rho+q)^2}{16} \left[\frac{\nu^2(1-2\Psi \cdot \frac{\nu}{ka})}{2(\nu+1)^2(\nu+2)} - \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \right]. \quad (\text{III.28})$$

En utilisant (III.28), nous obtenons les formules pour la vitesse d'énergie :

$$\beta_e = \frac{P_I + P_{II}}{P_I + \epsilon P_{II} - \gamma_0^2 \frac{ca^2(\rho+q)^2}{16} \left[\frac{\nu^2(1-2\Psi \cdot \frac{\nu}{ka})}{2(\nu+1)^2(\nu+2)} - \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \right]} \quad (\text{III.29})$$

et pour le paramètre R/Q (en posant $v = 1$) :

$$\frac{R}{Q} = \frac{1}{\frac{(P_I + \epsilon P_{II})k}{E_0^2} - \gamma_0^2 \frac{ca}{16} \left[\frac{1 - 2\psi \frac{1}{ka}}{24} - \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \right]}, \quad (\text{III.30})$$

où P_I , P_{II} et ψ sont donnés respectivement par (III.25), (I.75) et (III.24).

Les courbes pour β_e et R/Q en fonction de a/λ sont représentées sur les figures 29 et 30 pour quelques valeurs de ϵ et γ_0^2 .

Nous en concluons que la vitesse d'énergie est toujours positive et qu'elle augmente avec l'augmentation de la densité du plasma. En même temps, la valeur de R/Q diminue.

6. LE GUIDE CYLINDRIQUE CHARGÉ D'IRIS DIELECTRIQUES

Cette structure est représentée sur la figure 31. La région des iris ($a \leq r \leq b$), avec l'approximation d'un pas petit par rapport à la longueur d'onde, est caractérisée par le tenseur (I.45) avec les composantes (I.47).

Les expressions des champs dans la région I sont données par (II.16) et, dans le cas particulier $\beta_{ph} = 1$, par (II.29). Les expressions des champs dans la région II (la région des iris) sont données par (I.55) et (I.57). La relation de dispersion pour ce modèle peut être déduite de (I.71) en y posant $\epsilon_{1z} = \epsilon_{1r} = 1$:

$$\gamma_1^2 \gamma_2^2 \Psi \Phi + \frac{v}{ka} (\epsilon_{2z} - 1) \left(\Psi + \frac{x^2}{k^2} \Phi \right) = 0, \quad (\text{III.31})$$

où :

$$\Psi = \frac{\epsilon_{2z}}{\gamma_2 \gamma_2} \cdot \frac{\psi_{v,r1}(\gamma_2 y, \gamma_2 x)}{\psi_{v,r}(\gamma_2 y, \gamma_2 x)} - \frac{\gamma_{v,r1}(\gamma_1 ka)}{\gamma_1 \gamma_v(\gamma_1 ka)}, \quad \Phi = \frac{\psi_{v,r1}(y, x)}{\gamma_2 \psi_{v,r}(y, x)} - \frac{\gamma_{v,r1}(\gamma_1 ka)}{\gamma_1 \gamma_v(\gamma_1 ka)}$$

$$y = \gamma_2 kb, \quad x = \gamma_2 ka, \quad \gamma_2^2 = \frac{\epsilon_{2z}}{\epsilon_{2r}}, \quad \gamma_2^2 = \epsilon_{2z} - \frac{x^2}{k^2} \quad \text{et} \quad \gamma_1^2 = 1 - \frac{x^2}{k^2}. \quad (\text{III.32})$$

Pour le cas particulier $\beta_{ph} = 1$, la relation (III.31) se réduit à :

$$\Psi + \Phi = 0. \quad (\text{III.33})$$

La solution de cette équation est représentée sur la figure 32 pour $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 10$ et pour quelques valeurs des paramètres d_1/D .

Comme il a déjà été mentionné, dans le cas $x = 0$ la relation de dispersion (III.31) se décompose en deux équations, que l'on peut déduire de (I.75) en y posant $\epsilon_{1r} = \epsilon_{1z} = 1$. Une équation dépend seulement de ϵ_{2z} l'autre ne dépend que de ϵ_{2r} . On peut montrer que pour certaines valeurs de ϵ_{2z} et ϵ_{2r} , ces deux équations sont compatibles. Ceci signifie

que dans cette structure il y a propagation d'ondes hybrides inverses. En particulier, pour les petites valeurs de a/λ les équations se simplifient considérablement et peuvent s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{I}'_V(\sqrt{\epsilon_{2z}} k\ell) = 0, \quad (\text{III.34a})$$

$$\mathcal{I}_V(\sqrt{\epsilon_{2z}} k\ell) = 0. \quad (\text{III.34b})$$

On peut voir qu'ici il y a dégénérescence des fréquences de coupure lorsque le paramètre η_2 devient :

$$(\eta_2)_{\nu mn} = \frac{\beta_{\nu n}}{\alpha_{\nu m}}, \quad (\text{III.35})$$

où $\alpha_{\nu m}$ et $\beta_{\nu n}$ sont les racines des équations (III.34a) et (III.34b).

Nous avons fait les calculs de la vitesse de groupe dans un large intervalle de variation des variables a/λ , η_2 et ϵ_{2r} pour déterminer les régions d'existence des ondes hybrides inverses avec $\nu = 1$ et $\beta_{ph} = 1$. Ces régions sont données sur la figure 33 pour les deux modes inférieurs. La vitesse de groupe en fonction de a/λ pour quelques valeurs de ϵ_{2r} est représentée sur la figure 34a et b pour les mêmes modes.

Jusqu'ici nous n'avons imposé aucune limitation aux valeurs des paramètres ϵ_{2z} , ϵ_{2r} et η_2 , mais nous allons maintenant en définir les limites supérieures et inférieures. Dans le cas où $\epsilon_{1r} = 1$ et d'après (I.47), on a :

$$\begin{aligned} 1 &\leq \epsilon_{2z} \leq \epsilon_2, \\ 1 &\leq \epsilon_{2r} \leq \epsilon_2 \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

En utilisant (I.47), on obtient l'expression suivante pour η_2^2 :

$$\eta_2^2 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\left(\epsilon_1 \frac{d_1}{D} + \epsilon_2 \frac{d_2}{D}\right) \left(\epsilon_1 \frac{d_2}{D} + \epsilon_2 \frac{d_1}{D}\right)}. \quad (\text{III.37})$$

De ceci nous déduisons que η_2 est une fonction symétrique des variables d_1/D et d_2/D :

$$\eta_2\left(\frac{d_1}{D}\right) = \eta_2\left(\frac{d_2}{D}\right), \quad (\text{III.38})$$

où :

$$\frac{d_1}{D} = 1 - \frac{d_2}{D}.$$

Ceci nous permet de conclure que la valeur de η_2 ne dépassera jamais 1 et :

$$\begin{aligned} \eta_2 &\longrightarrow 1 & \text{si } \epsilon_2 &\longrightarrow 1, \\ \eta_2 &\longrightarrow 0 & \text{si } \epsilon_2 &\longrightarrow \infty, \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$0 \leq \eta_2 \leq 1. \quad (\text{III.39})$$

D'après les résultats représentés sur la figure 33 et en tenant compte de (III.39) nous déduirons que pour le premier mode défecteur inférieur la vitesse de groupe est toujours positive, tandis que pour le deuxième on peut trouver des valeurs des paramètres comprises dans les limites (III.36) et (III.39), pour lesquelles des ondes deviennent inverses.

Enfin, nous représentons sur les figures 35 et 36 les courbes β_e et R/Q en fonction de a/λ pour $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 10$ et quelques valeurs de d_1/D .

CHAPITRE IV

ETUDE EXPERIMENTALE DE GUIDES A IRIS DEFLECTEURS

1. APERÇU GENERAL DES PROBLEMES SOULEVES PAR LA MESURE DES PARAMETRES E_p/E_0 , H_p/E_0

Pour la séparation de particules chargées ayant des énergies supérieures à plusieurs GeV, on a utilisé avec succès des séparateurs haute fréquence⁸⁾. La déflexion des particules est obtenue dans des guides chargés d'iris, où se propage une onde dipolaire hybride avec une vitesse de phase égale à celle de la lumière.

Comme source de haute fréquence, on utilise des klystrons en bande S, capables de fournir des puissances de l'ordre de 20 MW avec une longueur d'impulsion de l'ordre de 10 μ sec.

La puissance haute fréquence peut être limitée soit à la puissance des klystrons, soit par des claquages à l'intérieur du déflecteur, dus au fait que les surfaces métalliques ne peuvent soutenir des champs électriques supérieurs à quelques centaines de kV par cm³³⁾. Pour utiliser au maximum les possibilités des générateurs haute fréquence, on est donc amené à choisir les paramètres du guide pour obtenir un champ déflecteur équivalent E_0 aussi grand que possible, tout en évitant des champs maximaux E_p exagérés.

Des problèmes analogues, mais encore bien plus délicats, se posent pour des séparateurs haute fréquence supraconducteurs, qui sont actuellement en voie de développement. Dans un déflecteur supraconducteur les champs maximaux ne sont généralement pas limités par les possibilités du générateur haute fréquence extérieur, mais par les champs maximaux électriques E_p et/ou magnétiques H_p à la surface supraconductrice du guide^{31, 44, 45)}. Comme, de plus, les joints d'assemblage constituent un problème difficile et risquent d'être des zones de surface de moindre qualité, il est de la plus grande importance de connaître la valeur des paramètres E_p/E_0 , H_p/E_0 , de même que l'emplacement exact des champs maximaux à la surface du guide.

Malheureusement, pour le moment, les paramètres E_p/E_0 et H_p/E_0 ne peuvent être calculés par ordinateur que pour des modes accélérateurs ($\nu = 0$). Nous notons l'existence de deux programmes LALA⁴⁶⁾ et TWAP⁴⁴⁾ qui, tout en utilisant des méthodes de calcul très différentes, permettent de calculer E_p/E_0 et H_p/E_0 pour des structures accélératrices.

Pour des structures déflectrices, on n'a pu calculer E_p/E_0 et H_p/E_0 que dans le cas d'une structure périodique à trou central très petit⁴⁷⁾, qui ne présente guère d'intérêt pratique si ce n'est pour contrôler les résultats expérimentaux.

Comme il y a peu d'espoir de développer, dans un avenir proche, un programme permettant de calculer ces paramètres pour des structures périodiques ou multipériodiques, nous avons appliqué la méthode des perturbations pour obtenir expérimentalement les valeurs de E_p/E_0 et H_p/E_0 .

Ces mesures de perturbations doivent se faire à la surface intérieure des guides. Les formules de perturbation normalement utilisées, qui donnent le changement de fréquence dû à un objet perturbateur se trouvant à l'intérieur d'une cavité résonante, ne s'appliquent pas au cas où l'objet se trouve près de la surface métallique ou dans une région à champs très inhomogène.

Une mesure de perturbation à la surface d'une cavité a été décrite ailleurs⁴⁸⁾. Un essai de mesure de E_p/E_0 dans une structure déflectrice est rapporté dans la référence 32, mais la précision obtenue était insuffisante. La méthode a été développée et des résultats plus précis ont été obtenus^{33,49-51)}.

Nous allons expliquer dans ce qui suit l'extension de la méthode des perturbations à la mesure de H_p/E_0 ^{34,35)}. La précision de mesure a été nettement améliorée, surtout en augmentant la stabilité en fréquence du circuit de mesure utilisé. Les mesures ont été effectuées sur un grand nombre de nouveaux modèles (mode π et modes bipériodiques entre autres) avec une gamme de paramètres très étendue.

Nous donnerons un aperçu systématique des résultats obtenus en fonction des modes, de l'épaisseur et de l'ouverture des iris.

2. MESURES DE PERTURBATION A LA SURFACE D'UNE CAVITE RESONANTE ET L'EFFET IMAGE

En plaçant un objet matériel dans une cavité résonante, la configuration des champs électrique et magnétique, de même que la fréquence, changent; dans certains cas bien définis, on peut déduire de ce changement de fréquence la valeur des champs non perturbés à l'endroit de l'objet perturbateur⁵²⁻⁵⁷⁾.

Plusieurs auteurs ont attiré l'attention sur le fait que les modifications des champs ne doivent pas être influencées par des effets de surface, et que l'objet doit donc se trouver suffisamment loin des parois métalliques de la cavité^{48,58)}. Dans ce cas, et à la condition que l'objet soit suffisamment petit pour que les champs non perturbés soient quasi homogènes dans le volume occupé par l'objet, le changement de fréquence $\Delta f = f - f_0$ (f_0 = fréquence de résonance de la cavité non perturbée) est directement fonction des champs E , H dans la cavité non perturbée à l'endroit de l'objet.

En utilisant l'énergie moyenne emmagasinée W et son changement ΔW dû à l'objet perturbateur, on peut écrire :

$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{\Delta W}{W} \quad (\text{IV.1})$$

avec :

$$\Delta W = - \frac{1}{4} (\vec{E}^* \cdot \vec{p} + \vec{B}^* \cdot \vec{m}), \quad (\text{IV.2})$$

où :

$$\vec{p} = \int_V \vec{P} dv \quad \text{et} \quad \vec{m} = \int_V \vec{M} dv \quad (\text{IV.3})$$

sont respectivement les moments dipolaires électrique et magnétique induits dans l'objet perturbateur. Les vecteurs $\vec{P}$ et $\vec{M}$ sont les polarisations électrique et magnétique, et V est le volume de l'objet. L'astérisque caractérise le terme complexe conjugué par rapport à la variable temps. De la relation (IV.2) on conclut que ΔW est égal à la moitié de l'énergie d'interaction entre les moments dipolaires induits $\vec{p}$ et $\vec{m}$ et les champs E et H .

Dans le cas d'un objet sphérique de rayon ρ , en se servant des relations (IV.3) et du fait que les champs H et E sont homogènes à l'endroit de la sphère, on obtient :

$$P = \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right) \rho^3 E \quad m = \left(\frac{\mu - 1}{\mu + 2} \right) \rho^3 H, \quad (\text{IV.4})$$

où ϵ et μ sont respectivement la constante diélectrique et la perméabilité relatives de la sphère.

Le cas d'un objet perturbateur métallique s'obtient en posant :

$$\epsilon \rightarrow -\infty \quad \text{et} \quad \mu \rightarrow 0.$$

Si l'objet perturbateur est placé à proximité ou en contact avec la surface métallique, il faut tenir compte de l'interaction supplémentaire entre les dipôles induits de l'objet et les dipôles "image".

Le changement correspondant pour l'énergie emmagasinée est égal à la moitié de l'énergie d'interaction entre les moments dipolaires p et m et leurs images respectives.

L'énergie d'interaction entre deux dipôles électriques $\vec{p}_1$ et $\vec{p}_2$ peut s'écrire :

$$\delta W_e = \frac{1}{2} \left[\frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2^*}{r^3} - \frac{3}{r^5} (\vec{p}_1 \cdot \vec{r}) \cdot (\vec{p}_2 \cdot \vec{r})^* \right], \quad (\text{IV.5})$$

où $\vec{r}$ est le vecteur reliant les deux points centraux des dipôles. D'une manière analogue, pour les dipôles magnétiques $\vec{m}_1$ et $\vec{m}_2$ on a :

$$\delta W_m = \frac{1}{2} \left[\frac{\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2^*}{r^3} - \frac{3}{r^5} (\vec{m}_1 \cdot \vec{r}) \cdot (\vec{m}_2 \cdot \vec{r})^* \right]. \quad (\text{IV.6})$$

En appliquant ces formules au cas d'un objet perturbateur placé à une distance h d'une surface plane métallique infinie, on trouve pour le changement correspondant de l'énergie emmagasinée :

$$\delta W = \frac{1}{2} (\delta W_e + \delta W_m) = -\frac{1}{16h^3} \left(p p^* + \frac{1}{2} m m^* \right). \quad (\text{IV.7})$$

On peut trouver des conditions de perturbation où le rapport $\delta W / \Delta W$ est indépendant des dimensions de l'objet perturbateur. Comme exemple, nous prendrons le cas d'une sphère en contact avec une surface plane ($h = \rho$) et dans un champ homogène. A partir des relations (IV.4), (IV.5) et (IV.6), on obtient un rapport $\delta W / \Delta W$ constant pour les cas suivants :

a) Sphère diélectrique

$$\frac{\delta W}{\Delta W} = \frac{1}{4} \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right). \quad (\text{IV.8})$$

b) Sphère métallique dans une région uniquement à champ magnétique

$$\frac{\delta W}{\Delta W} = -\frac{1}{16}. \quad (\text{IV.9})$$

c) Sphère métallique dans une région uniquement à champ électrique

$$\frac{\delta W}{\Delta W} = \frac{1}{4} . \quad (\text{IV.10})$$

On peut établir des relations analogues pour les objets perturbateurs de formes différentes, mais ayant une symétrie autour d'un plan perpendiculaire à la surface (par exemple demi-sphères, cylindres et demi-cylindres). Dans ce cas, on n'a pas à tenir compte des interactions d'ordre supérieur comme, par exemple, l'interaction entre moments quadrupolaires induits, et l'on trouve, tout comme dans le cas d'une sphère, un rapport $\delta W/\Delta W$ constant.

3. LES MODELES MESURES ET LE DISPOSITIF DE MESURE

Nous allons, dans ce qui suit, utiliser la nomenclature suivante :

- Régime d'ondes stationnaires : caractérisé par l'indice s;
- Régime d'ondes progressives : caractérisé par l'indice t;
- Conditions aux limites dans le cas des modes $\pi/2$: caractérisées par A et B (voir fig. 37);
- Distinction de deux iris le long desquels la configuration des champs est mesurée : caractérisée par I et II (voir fig. 37 et 38).

Pour les modèles, nous utiliserons une nomenclature à trois chiffres, par exemple π -10-30 désigne une cavité avec un déphasage par cellule de π , avec des iris d'épaisseur $T = 10$ mm et avec un diamètre d'ouverture d'iris $2\bar{a} = 30$ mm^{*)}. Nous avons mesuré les paramètres E_p/E_0 et H_p/E_0 pour un grand nombre de modèles en laiton, notamment en fonction :

- Des déphasages par cellule : $\pi/2$, $2\pi/3$ et π ;
- Des ouvertures des disques : $2\bar{a} = 20$ -70 mm;
- Des épaisseurs des disques : $T = 2,5$ -30 mm;
- De deux conditions aux limites différentes pour les modèles de mode $\pi/2$;
- Et des cavités bipériodiques avec un rapport entre cellules longues et courtes 2:1.

Les configurations des champs et les conditions aux limites sont représentées sur les figures 37 et 38.

La fréquence de travail a été choisie égale à $f_0 = 2854,2$ MHz ($\lambda_0 = 10,5$ cm) et la longueur des modèles a été fixée à $\lambda_0/2$ pour satisfaire la condition $\beta_{ph} = 1$. Tous les modèles ont été équipés de barres de polarisation.

Le schéma du dispositif de mesure est représenté sur la figure 39. La cavité à iris, avec deux antennes de couplage, un pont de phase et un amplificateur à courant continu forment, avec un générateur haute fréquence, un oscillateur du type Pircher⁵⁹⁾.

La fréquence est mesurée avec un compteur et enregistrée au moyen d'une imprimante. Par rapport au dispositif de mesure utilisé auparavant^{33,50)} et qui était un circuit auto-oscillant contenant un amplificateur à ondes progressives, nous avons pu obtenir une

*) Nous avons utilisé dans tous les modèles des iris à trou central arrondi et dont l'ouverture $2a$ est une fonction de l'ouverture (cylindrique) $2\bar{a}$ utilisée dans les programmes de calculatrice. On a $2\bar{a} = 2a - T(1-\pi/4)$, où T est l'épaisseur des disques.

stabilité de fréquence bien plus élevée, qui atteint ± 10 Hz pour des périodes de 20 à 40 secondes [avec un coefficient de surtension de l'ordre de 3000 à 5000 pour les modèles utilisés^{*)}].

Ceci est amplement suffisant pour effectuer une mesure de perturbation en un point donné de la cavité. En effet, la fréquence est enregistrée d'abord avec l'objet perturbateur à l'intérieur de la cavité, puis celui-ci est enlevé et la fréquence est enregistrée à nouveau. L'écart de fréquence mesuré en un même point varie de 10 à 50 Hz suivant la grandeur de l'objet perturbateur. Les mesures ont été faites, dans un local stabilisé en température à 1°C près, avec des objets perturbateurs métalliques ou en polystyrène ($\epsilon = 2,5-2,7$) qui sont fixés à un fil de nylon de 0,08 mm de diamètre. La précision de la position peut atteindre 0,2 à 0,3 mm.

4. MESURE DE LA PERTURBATION A LA SURFACE D'UNE CAVITE DEFLECTRICE ET DANS DES CHAMPS TRES INHOMOGENES

Comme les champs électriques maximaux se trouvent généralement très proches de l'arrondi des disques, nous avons dû développer une méthode de mesure permettant d'obtenir les paramètres E_p/E_0 et H_p/E_0 dans une région à champs très inhomogènes.

Si le rayon de courbure de l'arrondi devient comparable aux dimensions de l'objet perturbateur, on ne mesure plus la valeur des champs à la surface même, mais la valeur correspondante à la position du centre "équivalent" de l'objet. L'erreur qui en résulte peut être inacceptable, notamment dans le cas d'iris très minces. De plus, les formules donnant l'influence de l'effet image (qui ont été établies pour des surfaces planes infinies) perdent leur validité et, dans le cas de l'arrondi des iris, surestiment le changement de fréquence qui en résulte.

On peut remédier dans une certaine mesure à cet état de choses en réduisant les dimensions de l'objet perturbateur, mais on atteint rapidement des limites aussi bien dues à la diminution du changement de fréquence qu'à la difficulté de fabriquer et fixer à un fil mince de nylon des objets très petits.

Pour donner un exemple, nous notons qu'avec notre précision de mesure de l'ordre de ± 25 Hz (bande S), nous devons obtenir des changements de fréquence $\Delta f > 2,5$ kHz, si l'on veut que l'erreur reste inférieure à $\pm 1\%$. Comme nous sommes toujours intéressés par la distribution des champs autour des valeurs maximales, nous devons même prévoir des valeurs plus grandes, par exemple $\Delta f > 8$ à 10 kHz. Dans une cavité résonante en bande S dont la longueur l est égale à $\lambda_0/2$, ceci correspond à des volumes de l'objet perturbateur de l'ordre de 1 à 3 mm³.

En choisissant une forme adéquate pour l'objet perturbateur, on peut améliorer les résultats. Nous avons étudié différentes formes et choisi finalement la demi-sphère comme la mieux adaptée au problème. A diamètre égal, le centre équivalent est plus proche de la surface d'un facteur 3 par rapport au cas de la sphère. Par contre, dans un champ uniforme, la perturbation n'est diminuée que d'un facteur 2 et dans un champ inhomogène ce facteur peut même atteindre une valeur voisine de 1.

*) On peut trouver ailleurs⁶⁰⁾ la description d'autres méthodes de mesure.

Nous avons calibré chaque objet dans une cavité de référence TM_{010} . Les demi-sphères métalliques ont été placées pour cela contre la paroi latérale où le champ magnétique est uniforme et le champ électrique est nul. Les demi-sphères diélectriques ont été placées au milieu du fond, où le champ électrique est pratiquement uniforme.

Pour obtenir une fidélité suffisante des résultats et une précision supérieure dans le cas de mesure du champ magnétique, nous avons dû coller une mince feuille de nylon ($6\text{ }\mu\text{m}$) sur les demi-sphères métalliques pour éviter le contact métallique avec la surface à mesurer.

On peut déduire la valeur du champ à la surface dans la région fortement inhomogène (par exemple sur l'arrondi des iris) en utilisant une série de mesures avec des objets de diamètres différents et en extrapolant les résultats obtenus dans le cas d'objets infiniment petits.

Sur la figure 40a et b nous donnons deux exemples typiques d'une telle extrapolation. En ordonnée nous avons porté la fonction :

$$\Delta f / \Delta f_{\text{cal}} = F(R),$$

où Δf est la perturbation produite par une demi-sphère de rayon R et Δf_{cal} la perturbation produite par le même objet dans une cavité de référence. Pour des objets suffisamment petits, les courbes deviennent linéaires et l'extrapolation peut se faire sans difficulté.

Une complication est due à l'effet image dans le cas des champs électriques (voir fig. 40a). La courbe obtenue se divise en deux régions linéaires. Dans la région I, elle correspond à un champ dont le gradient est constant, tandis que dans la région II l'effet image vient s'ajouter. En extrapolant les deux branches vers $R \rightarrow 0$ on trouve une différence en $\Delta f / \Delta f_{\text{cal}}$ qui correspond exactement à l'effet image dû à une surface plane infinie.

Cet effet est beaucoup moins accentué dans le cas des champs magnétiques maximaux dont la position pour les modes déflecteurs, dans un plan $\theta = 90^\circ$, est caractérisée par l'absence de champ électrique.

Pour des sphères et demi-sphères en polystyrène, on trouve respectivement un effet de 9% et 11,7%, tandis que pour des sphères et demi-sphères métalliques dans un champ magnétique uniforme, il est respectivement inférieur à 3% et 3,5%. Pratiquement, on peut négliger l'effet image dans le cas des mesures magnétiques.

5. MESURE DU CHAMP DEFLECTEUR EQUIVALENT

Le champ déflecteur équivalent peut être exprimé par les formules :

$$\begin{aligned} |E_o|_t &= \frac{E_{zo}(z)}{kz} && \text{pour les ondes progressives,} \\ |E_o|_s &= \frac{E_{zo}(z)}{2kz} && \text{pour les ondes stationnaires,} \end{aligned} \tag{IV.11}$$

où $E_{z_0}(r)$ est l'amplitude du fondamental de la composante E_z , à une distance r de l'axe et dans le plan $\theta = 0^\circ$.

$E_{z_0}(r)$ s'obtient en mesurant la distribution E_z avec une aiguille métallique dans le sens de l'axe z à une distance r de cet axe et en faisant une analyse de Fourier de la courbe obtenue.

Contrairement au cas des structures accélératrices où l'on mesure E_z sur l'axe même et où il n'existe que cette composante, on doit, pour les structures déflectrices, tenir compte de deux composantes supplémentaires E_r et H_θ .

Ceci peut fortement influencer la mesure de E_z , spécialement dans le cas de petites ouvertures d'iris. La contribution de E_r à la perturbation s'explique par le fait que les aiguilles de mesures n'ont pas un diamètre infiniment petit; on peut diminuer cette influence en réduisant le rapport diamètre-longueur (nous utilisons des aiguilles d'acier de 4 mm de longueur avec un diamètre de 0,2 mm). Pour tenir compte entièrement de l'influence E_r , nous avons mesuré directement cette composante avec une aiguille fixée perpendiculairement à un fil de nylon et orientée dans le sens de E_r par un champ magnétique extérieur. Pour estimer l'erreur due à H_θ , nous avons, dans les cas les plus défavorables, c'est-à-dire lorsque le trou central est petit, mesuré E_z non seulement avec des aiguilles métalliques mais aussi diélectriques.

6. RELATION ENTRE LES PARAMETRES E_p/E_0 OU H_p/E_0 POUR LES CAS D'ONDES PROGRESSIVES ET D'ONDES STATIONNAIRES

Jusqu'ici, il a été admis généralement que le rapport des paramètres E_p/E_0 ou H_p/E_0 en ondes stationnaires et en ondes progressives pour une même structure et un même mode, était égal à 2. Nous allons montrer que ce rapport pour les structures mesurées peut être nettement inférieur et atteindre des valeurs aussi petites que $\sqrt{2}$. Désignons par A_t et A_s les amplitudes des champs électrique ou magnétique normalisées par le champ déflecteur équivalent E_0 [voir éq. (IV.12)] correspondant aux ondes progressives et stationnaires respectivement, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} A_t &= \frac{E}{(E_0)_t} \text{ ou } \frac{H}{(E_0)_t}, \\ A_s &= \frac{E}{(E_0)_s} \text{ ou } \frac{H}{(E_0)_s}. \end{aligned} \tag{IV.12}$$

Dans un guide à iris travaillant en régime d'ondes progressives, la configuration des champs change d'une manière compliquée en fonction du temps; cependant, pour un point donné (r, θ, z) , le champ est toujours décrit par une fonction $A_t(r, \theta, z) \cos(\omega t + \phi)$. La phase ϕ est normalement différente d'un point à l'autre, non seulement le long de l'axe, mais aussi dans un plan perpendiculaire à l'axe. Ceci est dû à l'existence des harmoniques d'espace et a pour conséquence que le champ électrique (ou magnétique) n'atteint pas sa valeur maximale simultanément en tous les points.

D'après le théorème de Floquet, deux points correspondants dans deux cellules adjacentes ont cependant un déphasage fixe donné par :

$$\Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda_g}\right) \cdot D.$$

Par contre, en régime stationnaire, la phase pour les champs électrique et magnétique est la même en tous les points, c'est-à-dire que les champs atteignent leur valeur maximale simultanément en tous les points. Pour un même mode, la configuration des champs en régime d'ondes stationnaires, pour des conditions aux limites définies, correspond à une configuration en régime d'ondes progressives à un instant donné.

Nous pouvons écrire pour les champs en un point (r, θ, z) donné et en tenant compte de la définition des A_s et A_t [éq. (IV.12)] :

$$A_s(r, \theta, z) = A_t(r, \theta, z) \cos \omega t,$$

et pour un point correspondant $(r, \theta, z + D)$:

$$A_s(r, \theta, z + D) = A_t(r, \theta, z) \cos(\omega t + \Delta\phi).$$

En déterminant l'amplitude des champs en ondes stationnaires pour deux points correspondants, on peut obtenir l'amplitude $A_t(r, \theta, z)$ au moyen de la formule :

$$A_t^2(r, \theta, z) = \frac{A_I^2 + A_{II}^2 - 2A_I A_{II} \cos \phi}{\sin^2 \Delta\phi}. \quad (\text{IV.13})$$

On peut obtenir la distribution d'amplitude A_t pour le cas des ondes progressives en mesurant deux distributions A_I, A_{II} en ondes stationnaires le long de deux disques en des points correspondants et en appliquant, pour chaque point, la formule (IV.15). On peut aussi, à partir de ces distributions A_I et A_{II} , calculer $A_t \cos \omega t$ pour des ωt différents et chercher l'enveloppe de toutes les courbes ainsi obtenues. Un exemple de ce dernier procédé est donné sur la figure 41.

Les valeurs $(E_p/E_0)_t$ s'obtiennent à partir du maximum de la distribution d'amplitude électrique ^{*)} le long d'un disque et dans le plan de la déflexion ($\theta = 0^\circ$). Les valeurs $(E_p/E_0)_s$ s'obtiennent, pour des conditions aux limites bien définies, à partir du maximum absolu de toutes les distributions différentes A_s qu'on trouve le long des disques et dans la plan de la déflexion.

Les valeurs $(H_p/E_0)_t$ et $(H_p/E_0)_s$ s'obtiennent d'une façon analogue à partir des distributions magnétiques prises le long des disques et dans le plan $\theta = 90^\circ$.

Sur la figure 42, les distributions A_I, A_{II} et la distribution d'amplitude A_t le long des disques pour les champs électrique et magnétique sont données pour une structure $\pi/2$ -10-50 et pour deux conditions aux limites différentes (voir fig. 37).

*) Nous rappelons que chaque point des distributions A_I et A_{II} doit être obtenu par la méthode d'extrapolation expliquée à la section 4.

De ce qui précède, nous pouvons conclure que les distributions A_t sont toujours symétriques par rapport à l'arrondi du disque et par rapport au plan d'une cellule. On obtient des distributions A_t identiques à partir de différentes conditions aux limites. Les distributions A_s , et partant les valeurs $(E_p/E_0)_s$, $(H_p/E_0)_s$, dépendent des conditions aux limites choisies.

Souvent, il suffit de mesurer une seule distribution A_s (sur un disque), pour déterminer A_t , à condition que la distribution A_s soit non symétrique par rapport à l'arrondi du disque. On peut alors utiliser comme deuxième distribution A_s la distribution symétrique par rapport au plan médian du disque (voir par exemple fig. 42b et d).

L'emplacement des champs maximaux électrique et magnétique en ondes progressives (désignées par e_t et h_t respectivement) est généralement différent de celui en ondes stationnaires (désignées respectivement par e_s et h_s). Pour les rapports :

$$\Gamma_E = \frac{(E_p/E_0)_s}{(E_p/E_0)_t} \quad \text{et} \quad \Gamma_H = \frac{(H_p/E_0)_s}{(H_p/E_0)_t},$$

dont la valeur ne peut évidemment pas dépasser la valeur 2, on trouve des valeurs parfois nettement plus petites et qui dépendent non seulement du déphasage par cellule, de l'ouverture et de l'épaisseur des disques, mais aussi des conditions aux limites.

Il est possible de trouver, par une argumentation simple, des limites inférieures pour Γ_E et Γ_H . Pour le montrer, nous nous servirons de la formule (IV.16). Nous pouvons toujours choisir :

$$A_I^2 > A_{II}^2$$

pour les points autour du maximum de A_t .

Nous définissons :

$$\begin{aligned} \delta &= (A_{II}/A_I) \quad \text{avec} \quad 0 \leq \delta \leq 1, \\ \xi &= (A_I/A_{\max}) \quad \text{avec} \quad 0 \leq \xi \leq 1, \end{aligned} \tag{IV.14}$$

où $A_{\max}$ est le maximum absolu des distributions A_I et A_{II} . Notons que la distribution A_t ne doit pas nécessairement avoir son maximum au même endroit que A_I ou A_{II} .

En introduisant les paramètres δ et ξ dans la formule (IV.13) on obtient :

$$\left. \begin{array}{l} \Gamma_E \\ \Gamma_H \end{array} \right\} = \frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{\sin^2 \Delta \phi}{1 + \delta^2 - 2\delta \sin \Delta \phi}}, \tag{IV.15}$$

dont le minimum peut être déterminé par un choix adéquat de δ et ξ (ceci ne veut pas forcément dire que ce minimum peut être atteint).

On trouve par exemple :

<u>Mode $2\pi/3$</u> a) $\left. \begin{matrix} \Gamma_E \\ \Gamma_H \end{matrix} \right\} = \frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{3}{1 + \delta^2 - \delta}} .$	<u>Mode $\pi/2$</u> b) $\left. \begin{matrix} \Gamma_E \\ \Gamma_H \end{matrix} \right\} = \frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{4}{1 + \delta^2}} .$ (IV.16)
---	---

Le minimum s'obtient pour :

$$\delta = 1 \text{ et } \xi = 1 ,$$

ou bien :

$$\delta = 0 \text{ et } \xi = 1 ,$$

et vaut $\sqrt{3}$.

Le minimum s'obtient pour :

$$\delta = 1 \text{ et } \xi = 1 ,$$

ou bien :

$$\delta = 1 \text{ et } \xi = 1 ,$$

et vaut $\sqrt{2}$.

Ces limites ont été confirmées par l'expérience.

Finalement, il y a certains cas (voir tableau 1) dans lesquels on peut calculer la valeur de Γ_E ou Γ_H sans mesurer A_I et A_{II} .

Si la position des maximums est la même dans le cas des ondes stationnaires et progressives ($\xi = 1$) et si $\delta = A_{II}/A_I$ est connu pour ce point, on peut directement évaluer Γ_E , Γ_H en s'aidant de la formule (IV.16). Ceci est par exemple possible dans le cas de grandes ouvertures et de disques très minces. Dans ce cas, nous avons trouvé que les maximums sont localisés sur le haut de l'arrondi et que $A_{II} = 0$ en ce point ($\xi = 0$).

Dans le cas d'un trou central très petit, Γ_E , Γ_H et la localisation des champs maximaux peuvent être calculés directement (voir tableau 1).

7. RESULTATS ET DISCUSSION

Nous avons présenté les résultats de mesures sur les figures 43 à 57 et dans les tableaux 2 à 6. De ces résultats, on conclut :

a) En représentant les valeurs E_p/E_0 et H_p/E_0 en fonction de l'épaisseur des iris T et en choisissant comme paramètre l'ouverture $2\bar{a}$, on obtient une présentation très nette des résultats (par exemple, voir fig. 43, 44, 46, 47). On voit qu'à chaque valeur de $2\bar{a}$ correspond une valeur d'épaisseur $T_{\min}$, qui rend E_p/E_0 ou H_p/E_0 minimal. $T_{\min}$ augmente avec la valeur de $2\bar{a}$, de même que la valeur du minimum de (E_p/E_0) ou (H_p/E_0) .

b) La position du minimum, $T_{\min}$, pour un mode et une ouverture donnés, diffère peu pour $(E_p/E_0)_s$ et $(E_p/E_0)_t$, de même que pour $(H_p/E_0)_s$ et $(H_p/E_0)_t$. Par contre, les minimums pour $(H_p/E_0)_s$ et $(H_p/E_0)_t$ sont déplacés systématiquement vers les grandes valeurs de T respectivement par rapport aux minimums de $(E_p/E_0)_s$ et $(E_p/E_0)_t$ (par exemple fig. 43 et 49). Il n'est donc pas possible de trouver une structure qui est optimum à la fois pour E_p/E_0 et H_p/E_0 , du moins pour les modèles mesurés. Dans le cas des modes déflecteurs $\pi/2$ nous avons mesuré les paramètres $(E_p/E_0)_s$ et $(H_p/E_0)_s$ pour deux conditions aux limites A et B. Les valeurs de $T_{\min}$ sont plus grandes dans le cas des conditions aux limites A.

c) Pour les épaisseurs d'iris inférieures à 10 mm, on trouve pour tous les modèles mesurés que H_p/E_0 est une fonction linéaire de $2\bar{a}$, aussi bien dans le cas des ondes stationnaires que progressives.

d) Nous avons ajouté partout où cela était possible les courbes pour E_p/E_0 , H_p/E_0 et R/Q , calculées dans l'approximation "small hole" ($2\bar{a} \rightarrow 0$) d'après les formules⁴⁷⁾ :

$$\begin{aligned} \left(\frac{E_p}{E_0}\right)_t &= \frac{1.1638}{g F}, \\ \left(\frac{H_p}{E_0}\right)_t &= \frac{100}{3 g F} \left(\frac{G}{M v/m}\right), \\ \left(\frac{R}{Q}\right)_t &= 2 \left(\frac{R}{Q}\right)_s = 2 g \left(\frac{F}{C}\right)^2 \frac{Z_0}{\lambda_0} \left(\frac{\Omega}{m}\right), \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

avec :

$$g = \begin{cases} \frac{D-T}{D} & \text{pour les structures périodiques,} \\ \frac{D_e-T}{D_e+D_s} & \text{pour les structures bipériodiques,} \end{cases}$$

$$F = \begin{cases} \frac{\sin(g\phi/2)}{g\phi/2} & \text{pour les structures périodiques,} \\ \frac{\sin g\pi/2}{g\pi/2} & \text{pour les structures bipériodiques,} \end{cases}$$

où $C = 3,817 \times 0,4028$, $Z_0 = 120\pi(\Omega)$, D_ℓ et D_s sont les pas de cellules longues et courtes respectivement ($D_\ell:D_s = 2:1$), et ϕ est un déphasage par cellule.

Comme on peut le voir, ces courbes correspondent bien aux courbes mesurées et constituent une vérification très utile des résultats expérimentaux. Par contre, nous n'avons pas trouvé nécessaire d'ajouter les résultats correspondant à l'approximation d'un pas des iris très petits par rapport à la longueur d'onde, parce que les résultats ne peuvent donner qu'un accord qualitatif avec les résultats expérimentaux sur des structures avec un pas fini.

e) La position exacte des champs maximaux E_p et H_p sur les bords des iris est donnée dans les tableaux 2 à 6, et l'on peut en tirer quelques propriétés générales. D'abord, nous trouvons que la position des champs maximaux n'est généralement pas la même pour le cas des ondes progressives et stationnaires. Pour les champs maximaux électriques, on trouve que pour des petites ouvertures, ils sont situés à l'intérieur de la région des iris. En augmentant $2\bar{a}$, ils se rapprochent de l'arrondi des iris pour finalement se situer sur le haut de l'arrondi. Evidemment, le maximum se trouve toujours dans le plan de la déflexion ($\theta_0 = 0^\circ$). Les champs maximaux magnétiques dans le cas d'une onde progressive sont toujours situés dans le plan $\theta = 90^\circ$ et sur le haut de l'arrondi. Dans le cas d'une onde stationnaire, le maximum se trouve toujours sur l'arrondi, mais pas nécessairement sur le haut.

f) Normalement, on trouve une très bonne correspondance entre les valeurs de R/Q calculées et celles qu'on obtient à partir des distributions E_z . Pour les grandes ouvertures et les disques épais, les valeurs calculées sont trop basses (voir fig. 58). Ceci peut s'expliquer par l'arrondi des disques dont on ne tient pas compte dans le programme d'ordinateur^{14,15}).

g) Les valeurs du grand diamètre intérieur $2b$, donnant $\beta_{ph} = 1$ sont trouvées en excellent accord avec les valeurs calculées. Des différences relatives, de quelques pourcents, ne se trouvent qu'aux grandes ouvertures $2\bar{a}$ (voir fig. 59).

8. APPLICATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX AU CHOIX DES PARAMETRES D'UNE STRUCTURE DEFLECTRICE

L'ensemble des mesures présentées dans ce qui précède permet de déterminer les valeurs E_p/E_0 et H_p/E_0 pour une grande gamme de structures déflectrices chargées d'iris. En combinant ces résultats avec d'autres paramètres tels que les valeurs des champs maximaux tolérables pour le matériel utilisé, l'optique du faisceau, le flux et l'énergie des particules, on peut choisir une structure déflectrice appropriée à une application bien déterminée.

Pour un séparateur normal un exemple d'un tel choix est donné dans la référence 33. En combinant les valeurs de $(E_p/E_0)_t$ avec le champ maximal E_p qui peut être tenu par une surface de cuivre dans un vide poussé^{*)}, on peut choisir une structure déflectrice utilisant au maximum les ressources de générateurs de puissance haute fréquence. Les résultats expérimentaux obtenus ont d'ailleurs pleinement confirmé ce choix⁵¹).

En utilisant (IV.18) et les résultats présentés dans les tableaux 2 et 4 nous avons calculé avec (II.10) la puissance maximale P_p en fonction de $2\bar{a}$ et T . Les courbes sont représentées sur les figures 60a et b.

Pour les séparateurs supraconducteurs [qui sont actuellement développés dans plusieurs laboratoires de haute énergie^{61,62}], la déflexion maximale n'est pas limitée par les générateurs haute fréquence mais par les champs maximaux tolérables E_p et H_p .

D'après les résultats représentés sur les figures 43-57, si l'on affiche les valeurs minimales de E_p/E_0 en fonction de $2\bar{a}$, on trouve que les valeurs augmentent dans l'ordre (voir fig. 61a) :

$$\left(\frac{\pi}{2}\right)_t, \left(\frac{2\pi}{3}\right)_t, \pi, BI, \left(\frac{\pi}{2}, B\right)_s, \left(\frac{2\pi}{3}\right)_s.$$

Quant aux valeurs minimales de (H_p/E_0) , elles augmentent dans l'ordre (voir fig. 61b) :

$$\left(\frac{\pi}{2}\right)_t, \pi, BI, \left(\frac{\pi}{2}, B\right)_s, \left(\frac{2\pi}{3}\right)_s.$$

*) Pour un séparateur normal en bande S ($\lambda_0 = 10,5$ cm) :

$$E_p = 500 \sqrt[4]{\frac{\tau}{\tau_0}} \left(\frac{kV}{cm} \right), \quad (IV.18)$$

où $\tau_0 = 1$ μ sec et τ est une longueur d'impulsion (en μ sec)³³).

D'après les derniers résultats expérimentaux⁶³⁾ et les courbes sur les figures 61a et b, on peut s'attendre à ce que la puissance haute fréquence soit limitée par le champ maximal magnétique dans des cavités en niobium qui actuellement sont envisagées presque exclusivement pour la réalisation d'un séparateur. Dans ce cas, il ressort clairement qu'il est intéressant d'utiliser des iris épais et des ouvertures pas trop grandes.

Un autre point important est la position exacte des champs E_p et H_p qui pourrait influencer le procédé de construction adopté. Finalement, nous notons l'intérêt des modes π et bipériodiques pour des séparateurs supraconducteurs. Malheureusement, pour le mode π , il semble y avoir des problèmes de tolérances mécaniques et des limitations pour la longueur des déflecteurs⁶⁴⁾. De tels problèmes se posent dans une moindre mesure pour les structures bipériodiques.

REMERCIEMENTS

J'exprime ma vive reconnaissance à M. le professeur P. Grivet qui a suivi activement l'évolution de cette étude.

Je tiens à assurer ma gratitude à M. le professeur A. Septier qui m'a prodigué constamment son soutien et a eu la gentillesse de me relire et contrôler mon manuscrit.

Je remercie très sincèrement M. le professeur P. Lapostolle pour les conseils et encouragements qu'il m'a donnés fréquemment.

J'exprime ma vive gratitude à M. le docteur V.I. Kotov (Institut des Hautes Energies, Serpukhov, URSS) qui a inspiré mon travail dans le domaine des ondes hybrides.

Je prie M. le professeur Ch. Peyrou de trouver ici l'expression de ma profonde gratitude. Je lui suis reconnaissant de m'avoir accueilli dans le Département Physique II-CERN où j'ai eu la possibilité de m'initier au travail de recherche dans d'excellentes conditions.

Il m'est un grand plaisir de remercier mes collègues Dr H. Lengeler et Ph. Bernard pour les discussions hautement instructives qu'ils ont bien voulu m'accorder en de nombreuses occasions et leurs diverses contributions à la partie expérimentale de ce travail. Leur collaboration quotidienne et leur amitié m'ont été très précieuses.

Je remercie profondément Dr. Ph. Bernard et Y. Bruynseraede qui ont eu la gentillesse de lire et contrôler mon manuscrit.

Je remercie les personnes qui ont participé à la réalisation de ce travail : M. J.C. Prelaz en assurant avec soin le développement du circuit de Pircher; Dr W. Tejessy en exécutant les calculs sur ordinateur; MM. J.F. Malo et H. Preis en effectuant avec précision et patience un énorme travail de mesure et M. C. Ruivet en dessinant avec talent les figures.

TABLEAU 1
Quelques valeurs de Γ_E et Γ_H

Mode	Modèle	Γ_E	Γ_H
$2\pi/3$	2 $\bar{a}$ petit	2	-
	T pas infiniment petit		
	2 $\bar{a}$ petit	-	$\sqrt{3}$
	T petit		
	2 $\bar{a}$ grand	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
	T petit		
$(\pi/2)_B$	2 $\bar{a}$ grand	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
	T petit		
$(\pi/2)_A$	2 $\bar{a}$ petit	$\sqrt{2}$	2
	T pas infiniment petit		
	2 $\bar{a}$ grand	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

TABLEAU 2

Paramètres de structures défectrices en mode $\pi/2$;
ondes progressives et ondes stationnaires (conditions aux limites B)

Modèle	$(2b)_{\text{théor.}}$ (mm)	$(\beta_g)_{\text{théor.}}$	$\left(\frac{R}{Q}\right)_t^{\text{théor.}}$ (Ω/cm)	$Q_{\text{théor.}}$	$\left(\frac{E_p}{E_0}\right)_s$	$\left(\frac{E_p}{E_0}\right)_t$	e_s (mm)	e_t (mm)	$\left(\frac{H_p}{E_0}\right)_s$ $\left(\frac{G}{\text{MV/m}}\right)$	$\left(\frac{H_p}{E_0}\right)_t$ $\left(\frac{G}{\text{MV/m}}\right)$	h_s (mm)	h_t (mm)
$\pi/2-2,5-20$	126,63	-0,0128	25,60	14050	3,5	1,8	-	-	168	107	-	-
$\pi/2-2,5-30$	123,51	-0,0375	24,57	13920	4,15	2,14	-	-	214	146	-	-
$\pi/2-2,5-40$	119,05	-0,0451	20,02	13690	5,70	2,98	-	-	259	184	-	-
$\pi/2-2,5-50$	115,54	0,0033	13,58	13650	7,75	4,19	-	-	305	215	-	-
$\pi/2-2,5-60$	114,86	0,100	8,22	13980	11,25	6,32	-	-	350	247	-	-
$\pi/2-2,5-70$	117,06	0,214	4,77	14660	16,0	9,35	1,5	$\pm 0,5$	386	270	0	0
$\pi/2-5,0-20$	126,50	-0,0093	24,91	12920	3,55	1,64	-	-	144	80	-	-
$\pi/2-5,0-30$	123,42	-0,0312	23,86	12775	3,95	2,02	4,0	$\pm 4,0$	175	109	-	-
$\pi/2-5,0-40$	119,26	-0,0432	19,50	12510	5,25	2,71	-	-	204	139	-	-
$\pi/2-5,0-50$	116,18	-0,0090	13,40	12410	7,10	3,74	3,0	$\pm 3,0$	230	160	0,5	-
$\pi/2-5,0-60$	115,77	0,0730	8,25	12650	9,30	5,00	-	-	258	182	-	-
$\pi/2-5,0-70$	118,06	0,177	4,87	13250	12,6	7,00	-	-	287	202	-	-
$\pi/2-7,5-20$	126,25	-0,0078	23,83	11750	3,7	1,85	-	-	133	68,6	-	-
$\pi/2-7,5-30$	123,08	-0,0279	22,72	11640	3,95	1,96	-	-	153	86	-	-
$\pi/2-7,5-40$	119,20	-0,0410	18,42	11420	5,25	2,69	-	-	171	107	-	-
$\pi/2-7,5-50$	116,64	-0,0139	12,74	11310	6,75	3,46	-	-	196	132	-	-
$\pi/2-7,5-60$	116,69	0,0585	7,97	11500	8,55	4,60	-	-	350	247	-	-
$\pi/2-7,5-70$	119,25	0,156	4,78	12020	10,8	5,80	4,0	$\pm 4,0$	240	169	0,0	0,0
$\pi/2-10-20$	125,91	-0,0064	22,38	10510	4,10	2,05	-	-	132	66,7	5,3	-
$\pi/2-10-30$	122,58	-0,0279	22,72	11640	4,25	2,13	6,8	$\pm 6,5$	146	76	5,3	$\pm 4,5$
$\pi/2-10-40$	118,97	-0,0372	16,95	10300	5,60	2,81	-	-	158	89	-	-
$\pi/2-10-50$	117,03	-0,0161	11,74	10210	7,10	3,58	7,0	$\pm 7,0$	173	110	3,5	-
$\pi/2-10-60$	117,67	0,0464	7,45	10370	8,60	4,5	-	-	188	129	-	-
$\pi/2-10-70$	120,61	0,136	4,55	10800	10,10	5,28	5,5	$\pm 4,5$	207	145	0,0	0,0
$\pi/2-12,5-20$	125,46	-0,0054	20,59	9195	4,8	2,35	-	-	144	72	-	-
$\pi/2-12,5-30$	121,93	-0,0211	19,22	9187	5,0	2,50	-	-	151	77	-	-
$\pi/2-12,5-40$	118,64	-0,0329	15,12	9093	6,3	3,15	-	-	157	84	-	-
$\pi/2-12,5-50$	117,42	-0,0161	10,45	9037	7,9	3,95	-	-	165	100	-	-
$\pi/2-12,5-60$	118,74	0,0370	6,72	9160	9,4	4,75	-	-	175	115	-	-
$\pi/2-12,5-70$	122,17	0,117	4,18	9530	10,75	5,52	-	-	187	130	-	-
$\pi/2-15-20$	124,86	-0,0046	18,46	7790	5,65	2,80	-	-	161	80,5	-	-
$\pi/2-15-30$	121,12	-0,0183	16,87	7820	5,9	2,95	12,3	$\pm 12,3$	164	82	9,3	-
$\pi/2-15-40$	118,27	-0,0283	12,98	7775	7,3	3,68	-	-	167	87	-	-
$\pi/2-15-50$	117,86	-0,0146	8,93	7744	9,0	4,5	10,8	$\pm 10,8$	171	98	8,8	-
$\pi/2-15-60$	119,97	0,0302	5,81	7846	10,5	5,25	-	-	175	111	-	-
$\pi/2-15-70$	123,99	0,100	3,7	8133	12,10	6,10	-	-	179	122	-	-

TABLEAU 3

Paramètres de structures défectrices en mode $\pi/2$,
ondes stationnaires : comparaison pour deux conditions
aux limites différentes A et B ($\lambda_0 = 10,5$ cm)

Modèle	$\frac{(E_p/E_0)_A}{(E_p/E_0)_A}$	$\frac{(H_p/E_0)_A}{(H_p/E_0)_B}$	e_A (mm)	h_A (mm)
$\pi/2-5-30$	0,88	1,23	$\pm 2,7$	0
$\pi/2-5-50$	1,1	1,37	0	0
$\pi/2-10-30$	0,775	1,00	$\pm 6,2$	$\pm 0,5$
$\pi/2-10-50$	0,835	1,30	$\pm 4,8$	$\pm 0,2$
$\pi/2-10-66$	0,95	-	-	-
$\pi/2-15-30$	0,72	0,8	$\pm 12,2$	$\pm 7,1$
$\pi/2-15-50$	0,745	1,18	$\pm 10,2$	0

TABLEAU 4

Paramètres de structures déflectrices en mode $2\pi/3$;
ondes stationnaires et progressives ($\lambda_0 = 10,5$ cm)

Modèle	$(2b)_{\text{théor.}}$ (mm)	$(\beta_g)_{\text{théor.}}$	$\left(\frac{R}{Q}\right)_t^{\text{théor.}}$ (Ω/cm)	$Q_{\text{théor.}}$	$\left(\frac{E_p}{E_0}\right)_s$	$\left(\frac{E_p}{E_0}\right)_t$	e_s (mm)	e_t (mm)	$\left(\frac{H_p}{E_0}\right)_s$ $\left(\frac{G}{\text{MV/m}}\right)$	$\left(\frac{H_p}{E_0}\right)_t$ $\left(\frac{G}{\text{MV/m}}\right)$	h_s (mm)	h_t (mm)
$2\pi/3-5-20$	126,66	-0,008	21,77	16400	3,3	1,65	-	-	192	-	-	-
$2\pi/3-5-30$	123,51	-0,0265	20,96	15960	4,65	2,37	$\pm 4,4$	$\pm 4,4$	244	140	0,4	0
$2\pi/3-5-40$	118,99	-0,0323	17,08	15434	6,70	3,38	-	-	295	-	-	-
$2\pi/3-5-50$	115,56	0,0093	11,58	15265	9,80	4,95	$\pm 2,4$	$\pm 2,4$	348	200	0,7	0
$2\pi/3-5-60$	115,09	0,094	7,02	15585	12,3	6,80	-	-	400	-	-	-
$2\pi/3-5-70$	117,54	0,196	4,12	16290	16,2	9,20	-	-	452	-	-	-
$2\pi/3-10-20$	126,40	-0,0053	20,85	14400	3,8	1,9	-	-	149	-	-	-
$2\pi/3-10-30$	123,23	-0,0212	20,03	13980	4,55	2,27	7,3	$\pm 7,3$	178	-	4,5	2,0
$2\pi/3-10-40$	119,06	-0,0317	16,31	13490	5,70	2,85	-	-	210	-	-	-
$2\pi/3-10-50$	116,20	-0,0056	11,21	13280	7,55	3,80	6,4	$\pm 6,4$	244	137	1,5	0
$2\pi/3-10-60$	116,17	0,0622	6,96	13500	9,35	4,80	-	-	278	-	-	-
$2\pi/3-10-70$	118,82	0,153	4,16	14090	12,2	6,40	-	-	317	-	-	-
$2\pi/3-15-20$	125,91	-0,0036	19,08	12230	4,5	2,25	-	-	150	-	-	-
$2\pi/3-15-30$	122,51	-0,0167	18,11	11970	5,20	2,60	12,5	$\pm 12,5$	169	95	1,2	0
$2\pi/3-15-40$	118,73	-0,0277	14,52	11650	6,10	3,05	-	-	188	-	-	-
$2\pi/3-15-50$	116,73	-0,0108	10,02	11500	7,4	3,7	10,5	$\pm 10,5$	210	121	0,7	0
$2\pi/3-15-60$	117,49	0,0426	6,34	11657	9,0	4,5	-	-	233	-	-	-
$2\pi/3-15-70$	120,65	0,121	3,89	12118	10,3	5,30	-	-	263	-	-	-
$2\pi/3-20-20$	125,09	-0,0028	16,50	9790	5,85	2,92	-	-	175	-	-	-
$2\pi/3-20-30$	121,39	-0,0134	15,26	9700	6,60	3,30	-	-	183	-	-	-
$2\pi/3-20-40$	118,19	-0,0227	11,87	9555	7,50	3,75	-	-	192	-	-	-
$2\pi/3-20-50$	117,37	-0,0108	8,16	9480	8,7	4,35	16,1	$\pm 16,1$	202	114	3,2	0
$2\pi/3-20-60$	119,22	0,0309	5,27	9595	9,65	4,85	-	-	213	-	-	-
$2\pi/3-20-70$	123,16	0,097	3,33	9930	10,35	5,30	15,7	$\pm 15,7$	226	130	0	0

TABLEAU 5

Paramètres de structures déflectrices en mode π ($\lambda_0 = 10,5$ cm)

Modèle	$(2b)_{\text{théor.}}$ (mm)	$\left(\frac{R}{Q}\right)_{\text{théor.}}$ (Ω/cm)	$Q_{\text{théor.}}$	$\frac{E_p}{E_0}$	e (mm)	$\frac{H_p}{E_0}$ $\left(\frac{G}{\text{MV/m}}\right)$	h (mm)
$\pi-2,5-20$				1,95	-	192	-
$\pi-2,5-30$				3,8	-	262	-
$\pi-2,5-40$				7,8	-	330	-
$\pi-2,5-50$				10,6	0	400	0
$\pi-2,5-60$				15,2	0	470	0
$\pi-2,5-70$				19,8	0	540	0
$\pi-5-20$	126,95	13,74	21780	1,95	$\pm 20,2$	152	$\pm 0,4$
$\pi-5-30$	124,17	13,37	20730	3,20	$+2,4$	205	0
$\pi-5-40$	119,65	11,22	19690	5,15	0	255	0
$\pi-5-50$	115,46	7,75	19425	7,5	0	305	0
$\pi-5-60$	113,94	4,68	19960	10,55	0	358	0
$\pi-5-70$	115,52	2,69	20950	14,5	0	408	0
$\pi-10-20$	126,94	14,41	20520	2,00	$\pm 12,0$	98	$\pm 5,3$
$\pi-10-30$	124,34	13,95	19500	2,70	$+6,6$	130	0
$\pi-10-40$	120,05	11,80	18345	3,70	-	170	0
$\pi-10-50$	115,90	8,28	17890	5,05	-	210	-
$\pi-10-60$	114,20	5,06	18265	7,00	-	255	-
$\pi-10-70$	115,54	2,92	19170	9,9	-	297	-
$\pi-15-20$	126,77	14,76	19040	2,15	$\pm 24,2$	84	$+8,7$
$\pi-15-30$	124,15	14,15	18120	2,60	$\pm 10,3$	104	$\pm 1,8$
$\pi-15-40$	120,03	11,88	17040	3,25	-	132	-
$\pi-15-50$	116,15	8,34	16570	4,20	$\pm 10,8$	173	$-0,3$
$\pi-15-60$	114,63	5,13	16870	5,5	-	208	0
$\pi-15-70$	116,01	2,97	17690	7,5	± 2	245	0
$\pi-20-20$	126,48	14,71	17310	2,35	-	83	-
$\pi-20-30$	123,72	13,92	16540	2,70	-	98	-
$\pi-20-40$	119,76	11,50	15660	3,30	-	118	-
$\pi-20-50$	116,32	8,03	15285	4,0	$\pm 15,2$	149	0
$\pi-20-60$	115,23	4,96	15570	5,0	-	180	0
$\pi-20-70$	116,87	2,90	16320	6,2	-	215	0
$\pi-25-20$	126,05	14,22	15375	2,65	-	88	-
$\pi-25-30$	123,08	13,25	14805	2,95	-	99	-
$\pi-25-40$	119,32	10,71	14190	3,45	-	113	-
$\pi-25-50$	116,52	7,41	13980	4,05	-	129	-
$\pi-25-60$	116,08	4,60	14265	4,8	-	156	-
$\pi-25-70$	118,15	2,71	14940	5,74	$\pm 13,8$	187	0
$\pi-30-20$	125,43	13,25	13330	3,00	-	95	-
$\pi-30-30$	122,21	12,09	13000	3,25	-	104	-
$\pi-30-40$	118,80	9,51	12675	3,75	-	113	-
$\pi-30-50$	116,85	6,51	12605	4,4	$\pm 19,8$	125	0
$\pi-30-60$	117,28	4,07	12880	5,05	-	142	-
$\pi-30-70$	119,96	2,44	13463	5,7	-	163	-

TABLEAU 6

Paramètres de quelques structures déflectrices
Bipériodiques en ondes stationnaires ($\lambda_0 = 10,5$ cm)

Modèle	$\left(\frac{R}{Q}\right)_{\text{mesuré}}$ (Ω/cm)	$\left(\frac{E_p}{E_0}\right)_s$	e_s (mm)	$\left(\frac{H_p}{E_0}\right)_s$ (G/MV/m)	h_s (mm)
BI-5-20	14,0	2,5		118	-
BI-5-30	14,8	3,2	4,0	147	2,0
BI-5-40	11,7	4,5	-	180	-
BI-5-50	8,3	6,25	2,4	211	0,5
BI-5-60	6,0	7,8	-	245	-
BI-10-20	13,0	3,0	23,8	102	6,3
BI-10-30	13,9	3,2	7,3	119	3,4
BI-10-40	11,1	4,5	-	138	-
BI-10-50	8,0	5,6	-	158	-
BI-10-60	5,5	6,7	-	180	-
BI-15-20	11,5	3,30	-	105	-
BI-15-30	12,4	3,60	11,3	114	8,3
BI-15-40	9,7	4,7	-	125	-
BI-15-50	6,7	5,5	9,8	138	2,2
BI-15-60	4,5	6,7		145	

DEFINITIONS ET RAPPEL DE QUELQUES PROPRIETES
DES FONCTIONS $\psi_{\nu,\nu}$, $\psi_{\nu,\nu+1}$, $\phi_{\nu,\nu}$ et $\phi_{\nu,\nu+1}$

Nous introduisons les définitions suivantes :

$$\Psi_{\nu,\nu}(y,x) = \begin{vmatrix} \mathcal{I}_{\nu}(y) & Y_{\nu}(y) \\ \mathcal{I}_{\nu}(x) & Y_{\nu}(x) \end{vmatrix}, \quad \Psi_{\nu,\nu+1} = \begin{vmatrix} \mathcal{I}_{\nu}(y) & Y_{\nu}(y) \\ \mathcal{I}_{\nu+1}(x) & Y_{\nu+1}(x) \end{vmatrix},$$

(A.I.1)

$$\varphi_{\nu,\nu}(y,x) = \begin{vmatrix} \mathcal{I}'_{\nu}(y) & Y'_{\nu}(y) \\ \mathcal{I}_{\nu}(x) & Y_{\nu}(x) \end{vmatrix}, \quad \varphi_{\nu,\nu+1} = \begin{vmatrix} \mathcal{I}'_{\nu}(y) & Y'_{\nu}(y) \\ \mathcal{I}_{\nu+1}(x) & Y_{\nu+1}(x) \end{vmatrix}.$$

Il existe entre $\psi_{\nu,\nu}$ et $\psi_{\nu,\nu+1}$ (ou entre $\phi_{\nu,\nu}$ et $\phi_{\nu,\nu+1}$) la relation :

$$\begin{aligned} \Psi'_{\nu,\nu} &= \frac{\partial \Psi_{\nu,\nu}}{\partial x} = \frac{\nu}{x} \Psi_{\nu,\nu} - \Psi_{\nu,\nu+1}, \\ \varphi'_{\nu,\nu} &= \frac{\partial \varphi_{\nu,\nu}}{\partial x} = \frac{\nu}{x} \varphi_{\nu,\nu} - \varphi_{\nu,\nu+1}. \end{aligned}$$

(A.I.2)

Dans le cas $y = x$, les fonctions ont les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \Psi_{\nu,\nu}(y,y) &= 0 & \Psi_{\nu,\nu+1}(y,y) &= -\frac{2}{\pi y}, \\ \varphi_{\nu,\nu}(y,y) &= -\frac{2}{\pi y} & \varphi_{\nu,\nu+1}(y,y) &= -\frac{2\nu}{\pi y^2}. \end{aligned}$$

(A.I.3)

Les intégrales suivantes peuvent être appliquées :

$$\begin{aligned} \int \Psi_{\nu,\nu}^2 z dz &= \frac{z^2}{2} \left(\Psi_{\nu,\nu}^2 + \Psi_{\nu,\nu+1}^2 - \frac{2\nu}{x} \Psi_{\nu,\nu} \Psi_{\nu,\nu+1} \right), \\ \int \varphi_{\nu,\nu}^2 z dz &= \frac{z^2}{2} \left(\varphi_{\nu,\nu}^2 + \varphi_{\nu,\nu+1}^2 - \frac{2\nu}{x} \varphi_{\nu,\nu} \varphi_{\nu,\nu+1} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.I.4})$$

et :

$$\begin{aligned} \int \left[(\Psi'_{\nu,\nu})^2 + \left(\frac{\nu}{x} \Psi_{\nu,\nu} \right)^2 \right] z dz &= \frac{z^2}{2} \left[\left(\frac{2\nu}{x^2} + 1 \right) \Psi_{\nu,\nu}^2 - \frac{2(\nu+1)}{x} \Psi_{\nu,\nu} \Psi_{\nu,\nu+1} + \Psi_{\nu,\nu+1}^2 \right], \\ \int \left[(\varphi'_{\nu,\nu})^2 + \left(\frac{\nu}{x} \varphi_{\nu,\nu} \right)^2 \right] z dz &= \frac{z^2}{2} \left[\left(\frac{2\nu}{x^2} + 1 \right) \varphi_{\nu,\nu}^2 - \frac{2(\nu+1)}{x} \varphi_{\nu,\nu} \varphi_{\nu,\nu+1} + \varphi_{\nu,\nu+1}^2 \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.I.5})$$

Dans le cas où $y^2 < 0$ et $x^2 < 0$ les fonctions se transforment en :

$$\Psi_{\nu,\nu}(iy, ix) = -\frac{2}{\pi} \widetilde{\Psi}_{\nu,\nu}(y, x), \quad \Psi_{\nu,\nu+1}(iy, ix) = i \frac{2}{\pi} \widetilde{\Psi}_{\nu,\nu}(y, x), \quad (\text{A.I.6})$$

$$\varphi_{\nu,\nu}(iy, ix) = i \frac{2}{\pi} \widetilde{\varphi}_{\nu,\nu}(y, x), \quad \varphi_{\nu,\nu+1}(iy, ix) = \frac{2}{\pi} \widetilde{\varphi}_{\nu,\nu+1}(y, x),$$

où :

$$\begin{aligned} \widetilde{\Psi}_{\nu,\nu}(y, x) &= \begin{vmatrix} I_\nu(y) & K_\nu(y) \\ I_\nu(x) & K_\nu(x) \end{vmatrix}, & \widetilde{\Psi}_{\nu,\nu+1}(y, x) &= \begin{vmatrix} I_\nu(y) & K_\nu(y) \\ -I_{\nu+1}(x) & K_{\nu+1}(x) \end{vmatrix}, \\ \widetilde{\varphi}_{\nu,\nu}(y, x) &= \begin{vmatrix} I'_\nu(y) & K'_\nu(y) \\ I_\nu(x) & K_\nu(x) \end{vmatrix}, & \widetilde{\varphi}_{\nu,\nu+1}(y, x) &= \begin{vmatrix} I'_\nu(y) & K'_\nu(y) \\ -I_{\nu+1}(x) & K_{\nu+1}(x) \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.I.7})$$

Lorsque les arguments y et x deviennent grands ($y \gg 1$ et $x \gg 1$) les fonctions $\phi_{\nu,\nu}$, $\psi_{\nu,\nu}$, $\phi_{\nu,\nu+1}$ et $\psi_{\nu,\nu+1}$ peuvent être représentées sous la forme :

$$\begin{aligned} \widetilde{\Psi}_{\nu,\nu} &= \frac{sh(y-x)}{\sqrt{yx}}, & \Psi_{\nu,\nu+1} &= \frac{ch(y-x)}{\sqrt{yx}}, \\ \widetilde{\varphi}_{\nu,\nu} &= \frac{ch(y-x)}{\sqrt{yx}}, & \varphi_{\nu,\nu+1} &= \frac{sh(y-x)}{\sqrt{yx}}. \end{aligned} \quad (\text{A.I.8})$$

THEOREME : RELATION ENTRE LES FLUX PARTIELS D'ENERGIE ET
L'ENERGIE TOTALE EMMAGASINEE POUR LES ONDES HYBRIDES

Généralisons la relation obtenue dans le chapitre III. Considérons le cas d'un guide cylindrique, rempli de deux couches diélectriques coaxiales homogènes et isotropes, dans lequel se propagent les ondes hybrides avec une vitesse de phase quelconque. Nous pouvons utiliser les formules (I.56), (I.57), (I.59), (I.60) et (I.80) en posant $\hat{\epsilon}_{II} = \epsilon_1$ et $\hat{\epsilon}_{II} = \epsilon_2$ pour obtenir la relation suivante :

$$W_N = (w_z)_N + \frac{\epsilon_N k^2 + \alpha^2}{2ck\alpha} (P_z)_N - \frac{iV}{16k\alpha} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial (E_z H_z^*)}{\partial r} \Big|_N, \quad (\text{A.II.1})$$

où l'indice $N = 1$ ou 2 , correspondant respectivement aux régions I ($r \leq a$) et II ($a \leq r \leq b$), W_N est la densité d'énergie emmagasinée, $(P_z)_N$ est la composante Z du vecteur de Poynting et :

$$(w_z)_N = \frac{\epsilon_N E_z E_z^* + H_z H_z^*}{16\pi}$$

est la "densité" d'énergie pour les composantes Z des champs.

D'après (A.II.1) on peut écrire l'énergie totale emmagasinée sous la forme :

$$W = W_z + \frac{\epsilon_1 k^2 + \alpha^2}{k\alpha} \cdot \frac{P_I}{2c} + \frac{\epsilon_2 k^2 + \alpha^2}{k\alpha} \cdot \frac{P_{II}}{2c}, \quad (\text{A.II.2})$$

où :

$$W_z = \int_I (w_z)_I z dr d\theta + \int_{II} (w_z)_{II} z dr d\theta, \quad (\text{A.II.3})$$

et P_I, P_{II} sont respectivement les flux partiels d'énergie dans les régions I et II.

A partir de (A.II.3), en utilisant (I.59) et (A.I.4), et après des transformations fastidieuses, on obtient :

$$W_z = \frac{\gamma_1^2 k^2}{k\alpha} \cdot \frac{P_I}{2c} + \frac{\gamma_2^2 k^2}{k\alpha} \cdot \frac{P_{II}}{2c}, \quad (\text{A.II.4})$$

où :

$$\gamma_1^2 = \epsilon_1 - \frac{\alpha^2}{k^2} \quad \text{et} \quad \gamma_2^2 = \epsilon_2 - \frac{\alpha^2}{k^2}.$$

En portant (A.II.4) dans (A.II.2) nous obtenons la relation remarquable entre P_I, P_{II} et W :

$$W = \left(\epsilon_1 \frac{P_I}{c} + \epsilon_2 \frac{P_{II}}{c} \right) \beta_{ph}. \quad (\text{A.II.5})$$

APPLICATION DE LA PRESENTE THEORIE AUX STRUCTURES ACCELERATRICES

Considérons le cas d'une onde symétrique TM qui se propage dans la structure générale (voir fig. 1). Il est commode de représenter les composantes longitudinales sous la forme :

- Région I :

$$E_z = A \frac{J_0(\Gamma_1 k z)}{J_0(\Gamma_1 k a)} ;$$

(A.III.1)

- Région II :

$$E_z = A \frac{\gamma_{0,0}(\Gamma_2 k b, \Gamma_2 k z)}{\gamma_{0,0}(\Gamma_2 k b, \Gamma_2 k a)} .$$

D'après les formules (I.56) et (I.57) les composantes transversales peuvent s'écrire :

$$E_z = -j \frac{x}{\gamma_N^2 k^2} \frac{\partial E_z}{\partial z} , \quad H_\theta = -j \frac{\epsilon_{Nz} \cdot k}{\gamma_N^2 k^2} \frac{\partial E_z}{\partial z} ,$$

(A.III.2)

où l'indice $N = 1$ ou 2 , correspondant respectivement aux régions I ($r \leq a$) et II ($a \leq r \leq b$). Les définitions des γ_N et Γ_N sont données par (I.52). De la même façon que dans l'appendice II, on obtient :

$$w_N = (w_z)_N + \frac{(P_z)_N}{c} \cdot \frac{(E_{Nz} + \frac{x^2}{k^2})}{2kx} ,$$

(A.III.3)

où :

$$w_N = \frac{1}{16\pi} (\epsilon_{Nz} E_z E_z^* + \epsilon_{Nz} E_z E_z^* + H_\theta H_\theta^*)$$

(A.III.4)

est la densité d'énergie,

$$(w_z)_N = (\epsilon_{Nz} E_z E_z^*) \frac{1}{16\pi}$$

(A.III.5)

est la densité d'énergie pour la composante E_z ,

$$(P_z)_N = \frac{c}{8\pi} \cdot \frac{kx \epsilon_{Nz}}{\gamma_N^4 k^4} \left(\frac{\partial E_z}{\partial z} \cdot \frac{\partial E_z^*}{\partial z} \right)$$

(A.III.6)

est la composante Z du vecteur de Poynting.

D'après (A.III.3) on obtient l'expression pour l'énergie totale emmagasinée :

$$W = W_Z + \frac{\epsilon_{1z} + \frac{\alpha^2}{k^2}}{2\alpha/k} \cdot \frac{P_I}{c} + \frac{\epsilon_{2z} + \frac{\alpha^2}{k^2}}{2\alpha/k} \cdot \frac{P_{II}}{c}, \quad (\text{A.III.7})$$

où P_I et P_{II} sont les flux partiels de puissance respectivement dans les régions I et II, et :

$$W_Z = \int_I (w_z)_1 r dr d\theta + \int_{II} (w_z)_2 r dr d\theta. \quad (\text{A.III.8})$$

A partir de (A.III.8) en utilisant (A.I.4), (A.I.5) et en tenant compte de la relation de dispersion (I.72a) on obtient :

$$W_Z = \frac{\epsilon_{2z}}{\epsilon_{2r}} \cdot \frac{\delta_2^2 k^2}{k\alpha} \cdot \frac{P_{II}}{c} + \frac{\epsilon_{1z}}{\epsilon_{1r}} \cdot \frac{\delta_1^2 k^2}{k\alpha} \cdot \frac{P_I}{c}. \quad (\text{A.III.9})$$

En portant (A.III.9) dans (A.III.7), nous obtenons la relation suivante entre P_I , P_{II} et W :

$$W = \frac{\epsilon_{2z} + \epsilon_{2r} + \frac{\alpha^2}{k^2} \left(1 - \frac{\epsilon_{2z}}{\epsilon_{2r}}\right)}{2\alpha/k} \cdot \frac{P_{II}}{c} + \frac{\epsilon_{1z} + \epsilon_{1r} + \frac{\alpha^2}{k^2} \left(1 - \frac{\epsilon_{1z}}{\epsilon_{1r}}\right)}{2\alpha/k} \cdot \frac{P_I}{c}. \quad (\text{A.III.10})$$

En particulier, dans le cas des diélectriques isotropes ($\hat{\epsilon}_I = \epsilon_1$ et $\hat{\epsilon}_{II} = \epsilon_2$), on obtient la même relation que (A.II.5). D'après (A.III.6) et en utilisant (A.I.4) et (A.I.5), nous pouvons obtenir les expressions pour les P_I et P_{II} :

$$P_I = \frac{ca^2 A^2 k\alpha \epsilon_{1z}}{8\delta_1^4 k^4} \left[1 - \frac{2}{\Gamma_1 ka} \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma_0} + \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_0} \right)^2 \right] \quad (\text{A.III.11})$$

et :

$$P_{II} = \frac{ca^2 A^2 k\alpha \epsilon_{2z}}{8\delta_2^2 k^4} \left[\frac{4}{(\pi \Gamma_2 ka \gamma_{0,0})^2} + \frac{2}{\Gamma_2 ka} \cdot \frac{\gamma_{0,1}}{\gamma_{0,0}} - 1 - \left(\frac{\gamma_{0,1}}{\gamma_{0,0}} \right)^2 \right]. \quad (\text{A.III.12})$$

En particulier dans le cas où $\epsilon_{1r} = 1$ et $\beta_{ph} = 1$ les formules se réduisent à :

$$P_I = A^2 \frac{ca^2 \epsilon_{1z}^2 (ka)^2}{64} \quad (\text{A.III.13})$$

et :

$$P_{II} = A^2 \frac{ca^2 \epsilon_{2z}}{8\delta_2^2} \left[\frac{4}{(\pi \Gamma_2 ka \gamma_{0,0})^2} - 1 + \frac{\epsilon_{1z}}{\epsilon_{2z}} - \left(\frac{\epsilon_{1z}}{\epsilon_{2z}} \cdot \frac{\Gamma_2 ka}{2} \right)^2 \right]. \quad (\text{A.III.14})$$

En combinant (A.III.10), (A.III.13), (A.III.14) dans le cas des structures accélératrices ($\beta_{ph} = 1$ et $\epsilon_{1r} = 1$), on peut obtenir les paramètres β_g , R/Q et Z en fonction seulement des P_I et P_{II} .

REFERENCES

- 1) W.H.K. Panofsky et W.A. Wenzel, Rev. Sci. Instrum. 27, 967 (1956).
- 2) H.G. Hereward, rapport interne CERN/PS/Int. TH 58-8 (1958).
- 3) P. Lapostolle, rapport interne CERN/PS/Int. AR/60/2 (1960).
- 4) J.P. Blewett, A radio-frequency mass separator for complete separation of high-energy particle beams, in Proc. Int. Conf. on High-Energy Accelerators, Genève, 1959 (CERN, Genève, 1959), p. 422.
- 5) W.J. Gallagher, IEEE Trans. Nuclear Sci. 12, 965 (1965).
- 6) R. Belbeoch, Déflexion de particules relativistes par des champs électromagnétiques, rapport du Laboratoire de l'accélérateur linéaire d'Orsay, LAL-26 (1960).
- 7) R. Gabillard, rapports de l'Institut radiotechnique de la Faculté des sciences de Lille, IREL 61-1 et 61-2 (1961).
- 8) B.W. Montague, in Progr. Nuclear Techn. and Instrum., vol. 3 (F.J.M. Farley, éd.) (North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1968).
- 9) B.T. Henoch, Trans. Roy. Inst. Techn. Stockholm No 129 (1958).
- 10) Y. Garault, C.R. Acad. Sci. Paris 254, 843 (1962); *id.* 254, 1391 (1962); *id.* 255, 2920 (1962); *id.* 256, 3268 (1963).
- 11) Y. Garault, rapport CERN 64-43 (1964).
- 12) I.A. Aleksandrov, V.A. Vaghin et V.I. Kotov, Soviet Phys. Tech. Phys. 11, 1486 (1967); *id.* 11, 1491 (1967).
- 13) H. Hahn, rapport Brookhaven National Laboratory AADD-148 (1968).
- 14) H.G. Hereward et M. Bell, rapport CERN 63-33 (1963).
- 15) M. Bell et H.G. Hereward, rapport CERN 65-37 (1965).
- 16) H. Hahn, Rev. Sci. Instrum. 34, 1094 (1963).
- 17) H. Hahn, rapport du Commissariat à l'énergie atomique, CEA-R 2747 (1965).
- 18) V.A. Vaghin et V.I. Kotov, Soviet Phys. Tech. Phys. 10, 987 (1966).
- 19) H. Hahn, rapport Brookhaven National Laboratory BNL-14320 (1970).
- 20) C.T.M. Chang, J.W. Dawson et R.L. Kustom, IEEE Trans. Nuclear Sci. 16, No 3, 526 (1969).
- 21) R.A. Waldron, Theory of guided electromagnetic waves (Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1969).
- 22) P.J.B. Clarricoats et R.A. Waldron, J. Electronics and Control 8, 455 (1960).
- 23) P.J.B. Clarricoats, Proc. IEEE (USA) 110, 261 (1963).
- 24) R.A. Waldron, Proc. IEEE (USA) 111, 1659 (1964).
- 25) V.A. Vaghin, V.I. Kotov et M.M. Ofitserov, Radiotech. i Elektronika SSSR 12, 51 (1967).
- 26) V.A. Vaghin, Soviet Phys. Tech. Phys. 12, 986 (1968).
- 27) P.J.B. Clarricoats et B.C. Taylor, Proc. IEEE (USA) 111, 1951 (1964).
- 28) Ya.B. Fainberg et M.F. Gorbatenko, Soviet Phys. Tech. Phys. 4, 487 (1959).

- 29) P. Berret et C. Johnson, IEEE Trans. Nuclear Sci. 11, 34 (1964).
- 30) Yu.Ya. Brodskii, V.A. Vaghin et V.I. Kotov, Soviet Phys. Tech. Phys. 2, 3 (1966).
- 31) H. Hahn et H.J. Halama, Rev. Sci. Instrum. 36, 1788 (1965).
- 32) V.I. Kotov et J.R. Yampolski, Soviet Phys. Tech. Phys. 13, 99 (1968).
- 33) P. Bernard, H. Lengeler et V. Vaghin, rapport CERN 68-30 (1968).
- 34) P. Bernard, H. Lengeler et V. Vaghin, J. Appl. Phys. 40, 4989 (1969).
- 35) P. Bernard, H. Lengeler, V. Vaghin et P.B. Wilson, in Proc. 7th Int. Conf. on High-Energy Accelerators, Erevan, 1969 (Acad. des Sciences de la RSS d'Arménie, Erevan, 1970), p. 649; et rapport interne CERN/D. Ph. II/SEP 69-3 (1969).
- 36) V.L. Ginzburg, Propagation of electromagnetic waves in plasma (Pergamon Press, Oxford, 1964).
- 37) D. Quemada, Ondes dans les plasmas, coll. de physique du Centre national d'études spatiales (1968).
- 38) S.M. Rytov, Soviet Phys.-JETP 29, 605 (1955).
- 39) H. Buchholz, Ann. Phys. 43, 313 (1943).
- 40) M.A. Miller, Dokl. Akad. Nauk SSSR 87, 571 (1952).
- 41) V.I. Talanov, Izv. VUZ. Radiofiz 3, 802 (1960).
- 42) B.N. Gershman, Andronov Memorial Volume (en russe), Dokl. Akad. Nauk SSSR 599 (1955).
- 43) A.V. Gaponov, rapport présenté à la 1st All-Union Conf. on Radio Electronics, Gorki, 1956.
- 44) P.B. Wilson, R.B. Neal, G.A. Loew, H.A. Hogg, W.B. Herrmannsfeldt, R.H. Helm et M.A. Allen, rapport Stanford Linear Accelerator Center SLAC-PUB 749 (1970).
- 45) J.P. Turneure et I. Weissman, J. Appl. Phys. 33, 4417 (1968).
- 46) H.C. Hoyt, D.D. Simmonds et W.F. Rich, Rev. Sci. Instrum. 37, 755 (1966).
- 47) H. Hahn, rapport Brookhaven National Laboratory AADD-139 (1968).
- 48) S.W. Kitchen et A.D. Shelberg, J. Appl. Phys. 26, 618 (1955).
- 49) P. Bernard, H. Lengeler et V. Vaghin, rapport interne CERN/D. Ph. II/SEP 67-5 (1967).
- 50) P. Bernard, H. Lengeler, J.F. Malo et V. Vaghin, rapport interne CERN/D. PH. II/SEP 69-2 (1969); article présenté au Joint CERN-Karlsruhe Symposium on Superconducting RF separators, Karlsruhe, 1969.
- 51) P. Bernard, H. Lengeler et V. Vaghin, rapport CERN 70-26 (1970).
- 52) J. Müller, Hochfrequenztech. u. ElektAkust. 54, 157 (1937).
- 53) H.A. Bethe et J. Schwinger, rapport Massachusetts Institute of Technology, Radiation Laboratory, DI-177 (1943).
- 54) W.W. Hansen et R.F. Post, J. Appl. Phys. 19, 1059 (1948).
- 55) H.B.G. Casimir, Philips Res. Reps. 6, 162 (1951).
- 56) L.C. Maier et J.C. Slater, J. Appl. Phys. 23, 68 (1952).
- 57) A. Gilardini, J. Appl. Phys. 25, 1064 (1954).

- 58) E.G. Spencer, R.C. Le Craw et F. Reggia, Proc. Instr. Radio Electronics Engrs. 44, 790 (1956).
- 59) G. Pircher, Onde Elect. 31, 144 (1951).
- 60) H. Hahn et H.J. Halama, IEEE Microwave Theory Tech. 16, 20 (1968).
- 61) W. Bauer, G. Dammertz, H. Eschelbacher, H. Hahn, W. Jüngst, E. Rathgeber et J. Votruba, article présenté à la Int. Conf. on Instrumentation for High-Energy Physics, Dubna, 1970, à paraître.
- 62) A. Carne, Nimrod (BP) 69-53 (1969).
- 63) J.P. Turneure et N.T. Viet, Appl. Phys. Letters 16, 333 (1970).
- 64) P.B. Wilson, rapport interne CERN/MPS/MU-EP 69-4 (1969).

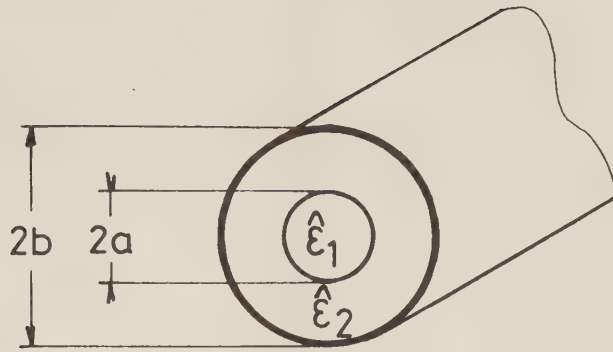


Fig. 1 Géométrie du modèle général : un guide cylindrique rempli de deux couches diélectriques coaxiales homogènes et anisotropes. Les tenseurs $\hat{\epsilon}_I$ et $\hat{\epsilon}_{II}$ sont donnés par (I.44) et (I.45).

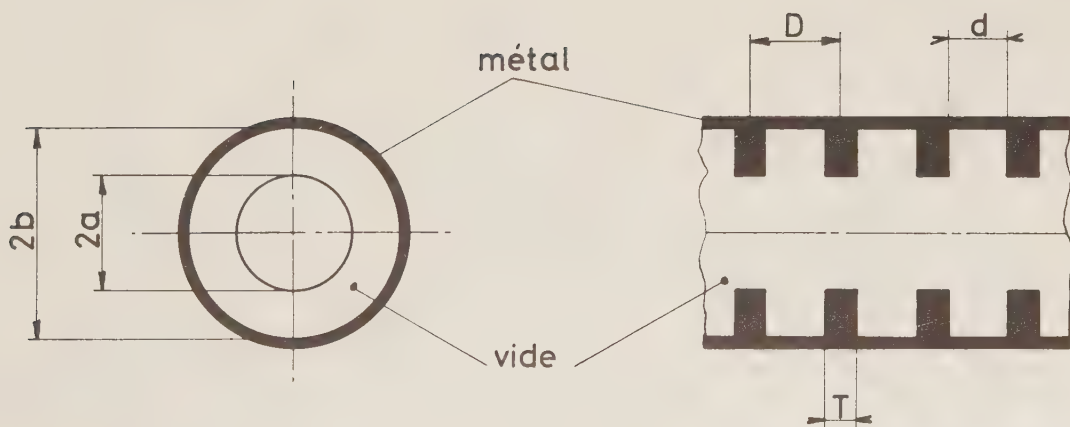


Fig. 2 Géométrie de la structure cylindrique à iris.

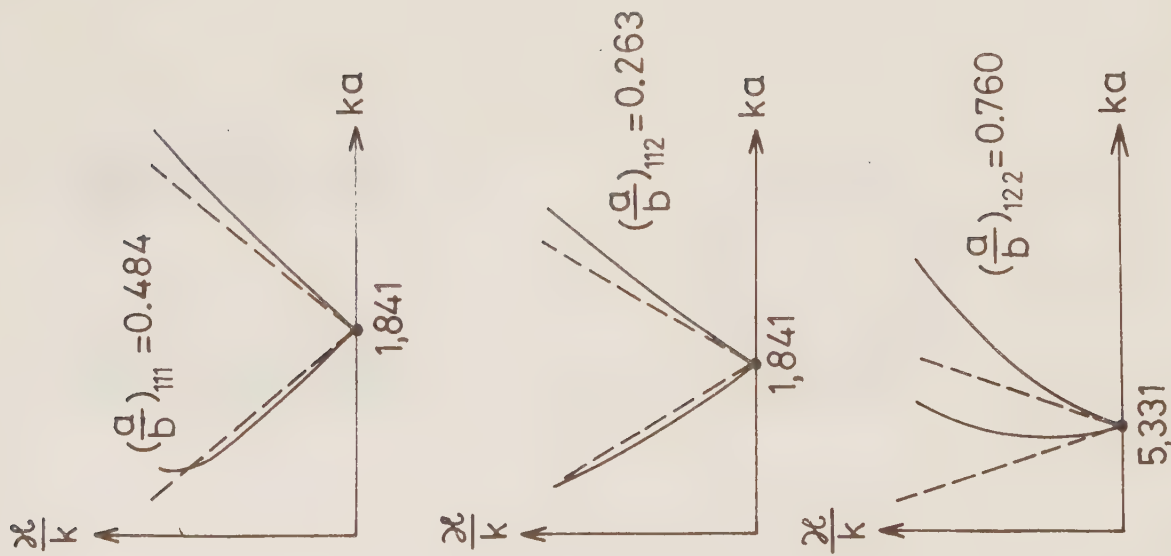


Fig. 3 Courbes de dispersion d'un guide à iris dans le cas de dégénérescence des fréquences de coupure.

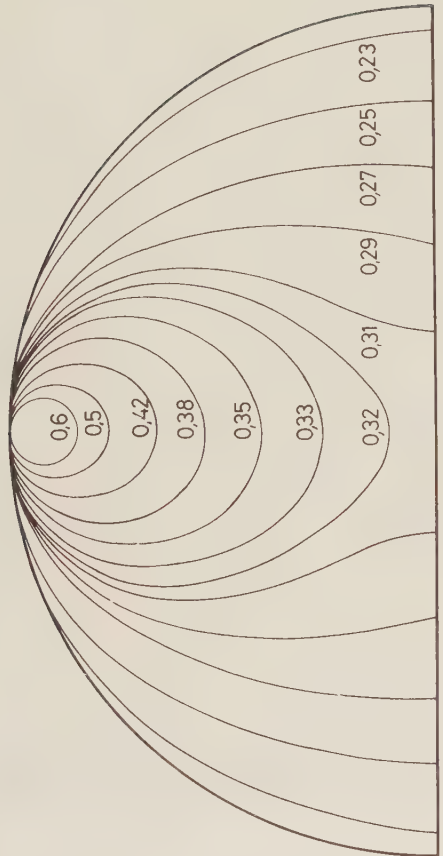


Fig. 4 Limite géométrique de l'ouverture du guide à iris entre les régions des flux positif P_+ (extérieur) et négatif P_- (intérieur) pour les valeurs différentes de a/λ .

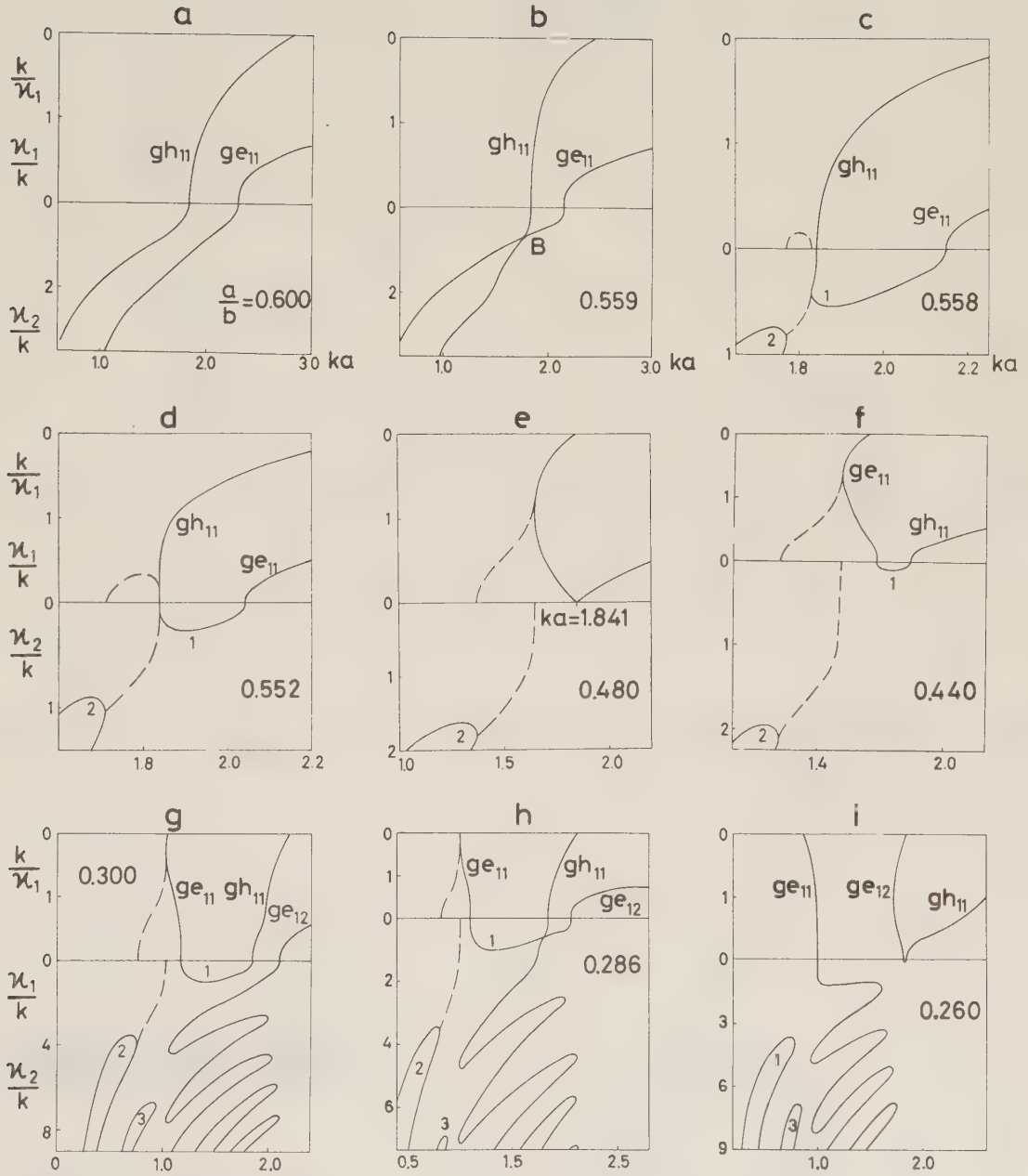


Fig. 5 Evolution des courbes de dispersion ($v = 1$). Les courbes en traits pointillés représentent la solution pour les ondes complexes.

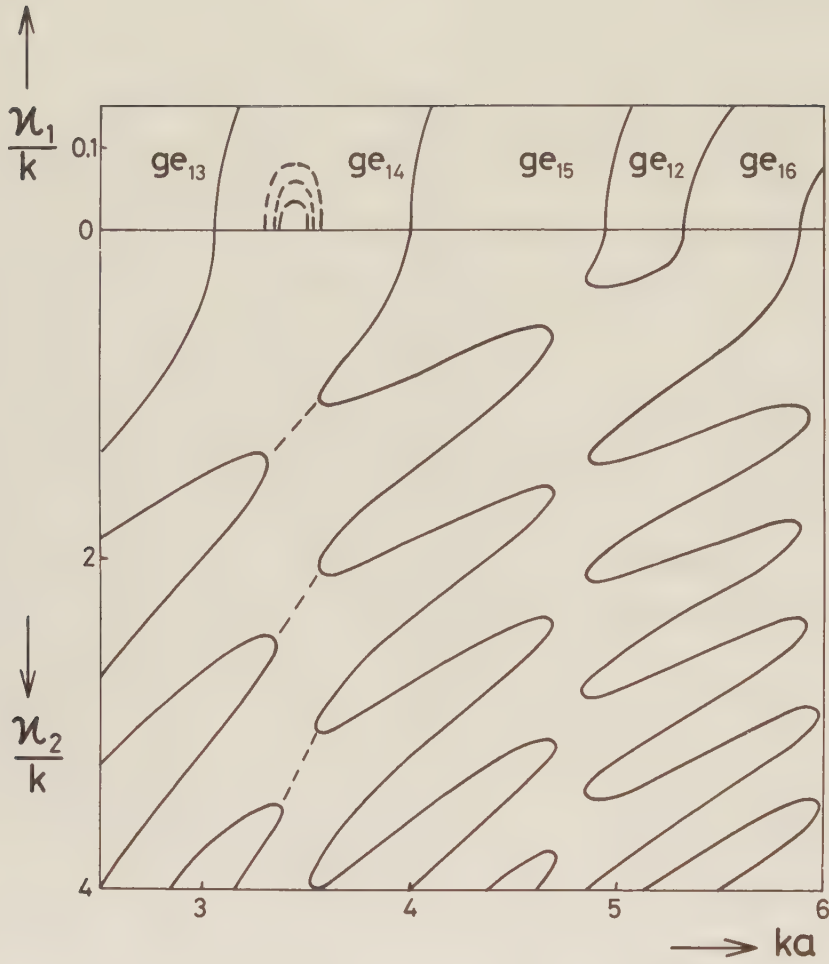


Fig. 6 Courbes de dispersion pour les modes supérieurs. Les courbes en traits pointillés représentent la solution pour les ondes complexes supérieures.

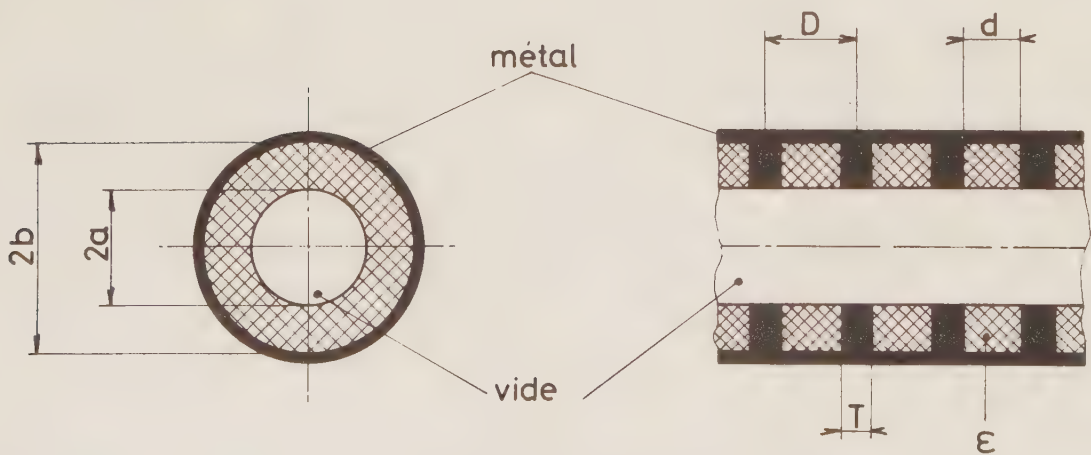


Fig. 7 Un guide à iris partiellement rempli de diélectrique.

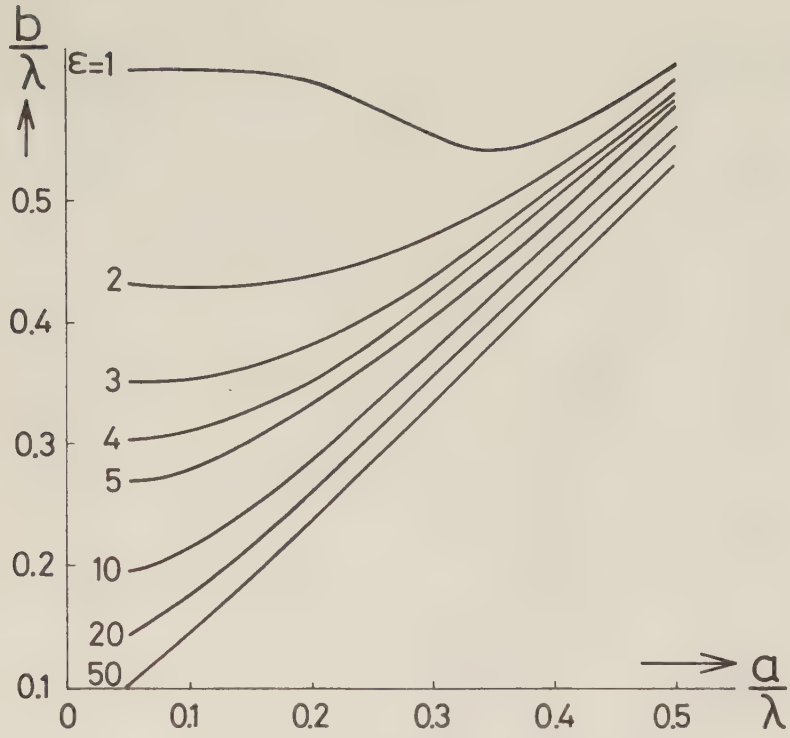


Fig. 8 Condition de $\beta_{ph} = 1$ pour le mode déflecteur inférieur dans un guide à iris partiellement rempli de diélectrique.

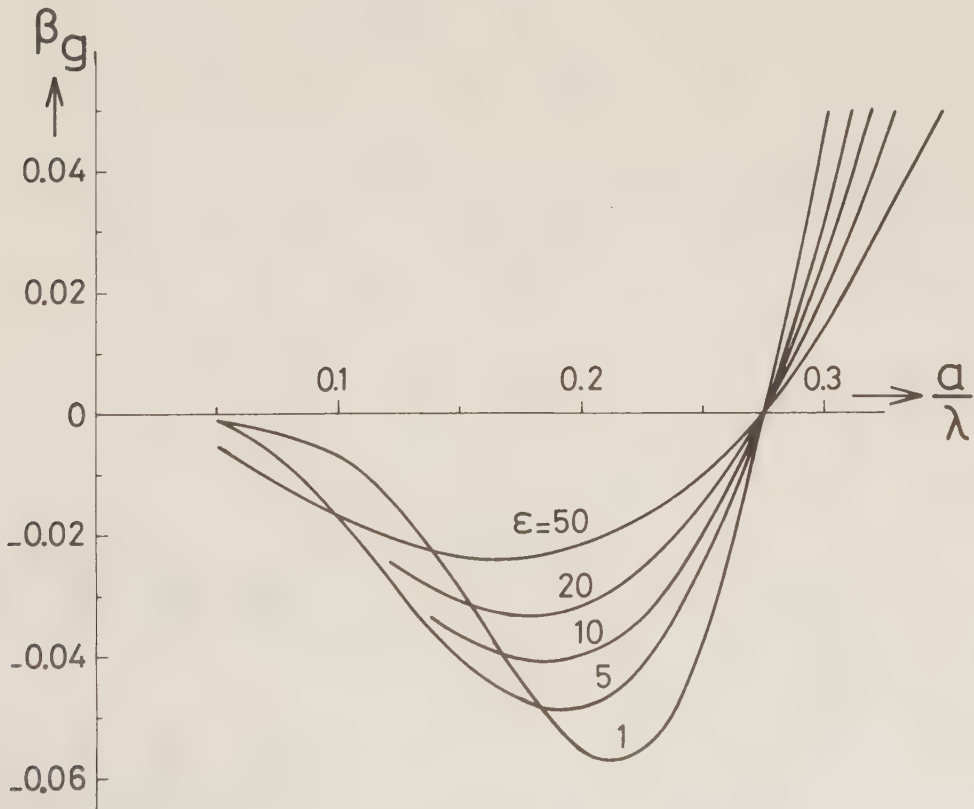


Fig. 9 Vitesse d'énergie en fonction de a/λ pour le mode déflecteur inférieur dans un guide à iris partiellement rempli de diélectrique ($\beta_{ph} = 1$).

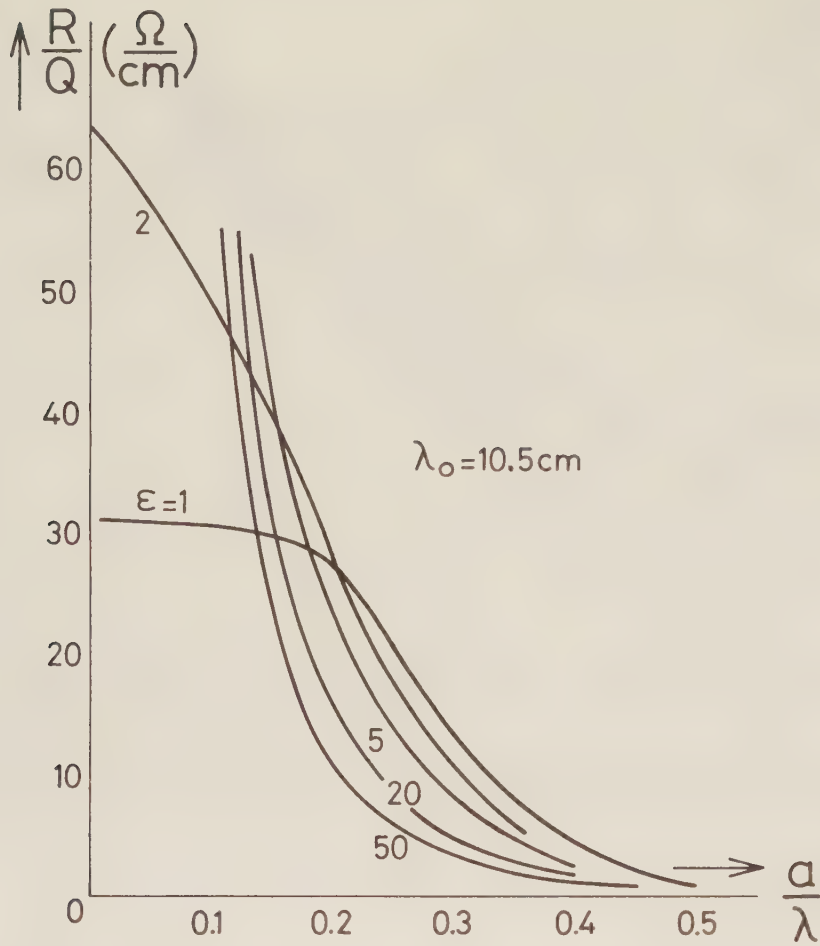


Fig. 10 R/Q en fonction de a/λ pour le mode défecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 7. ($\beta_{ph} = 1$ et $\lambda_0 = 10,5 \text{ cm.}$)

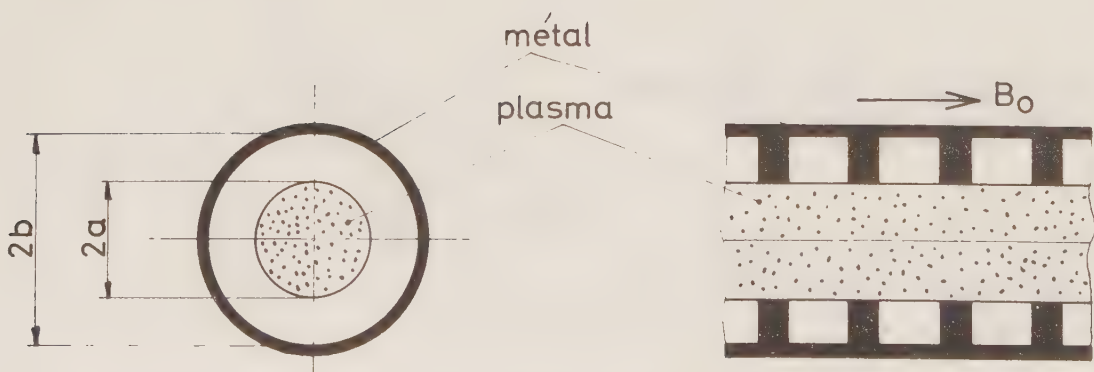


Fig. 11 Géométrie d'un guide à iris avec une colonne de magnétoplasma.

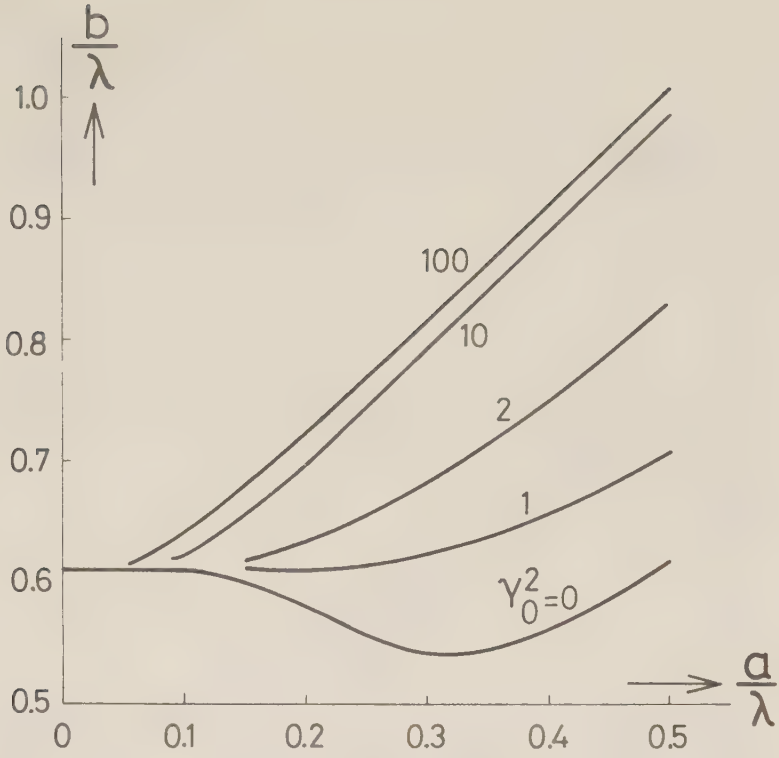


Fig. 12 Condition $\beta_{ph} = 1$ pour le mode déflecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 11 ($\beta_{ph} = 1$).

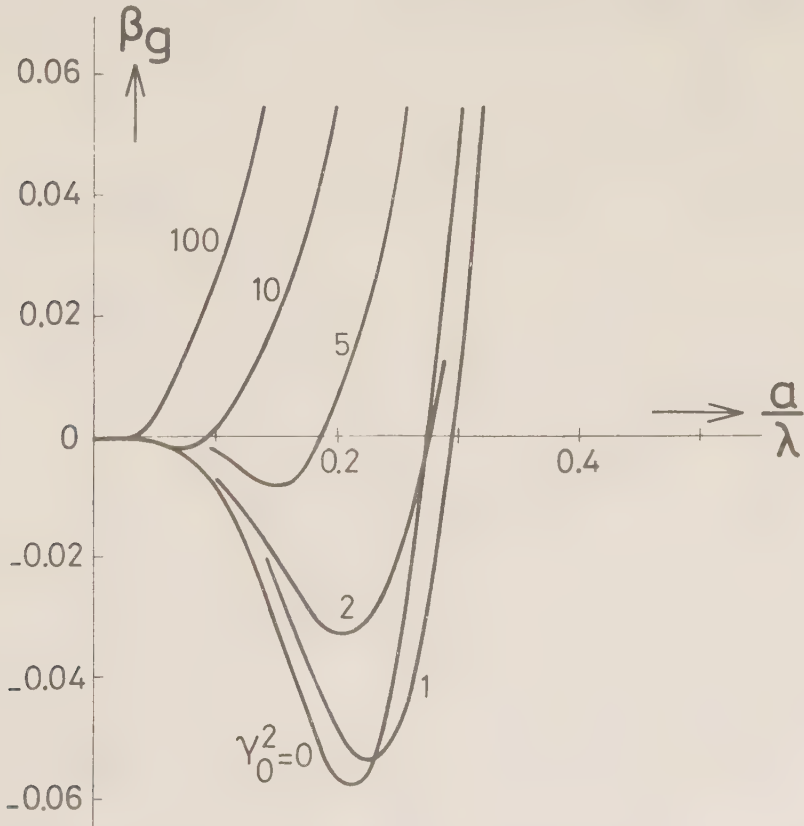


Fig. 13 Vitesse de groupe en fonction de a/λ pour le mode déflecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 11 ($\beta_{ph} = 1$).

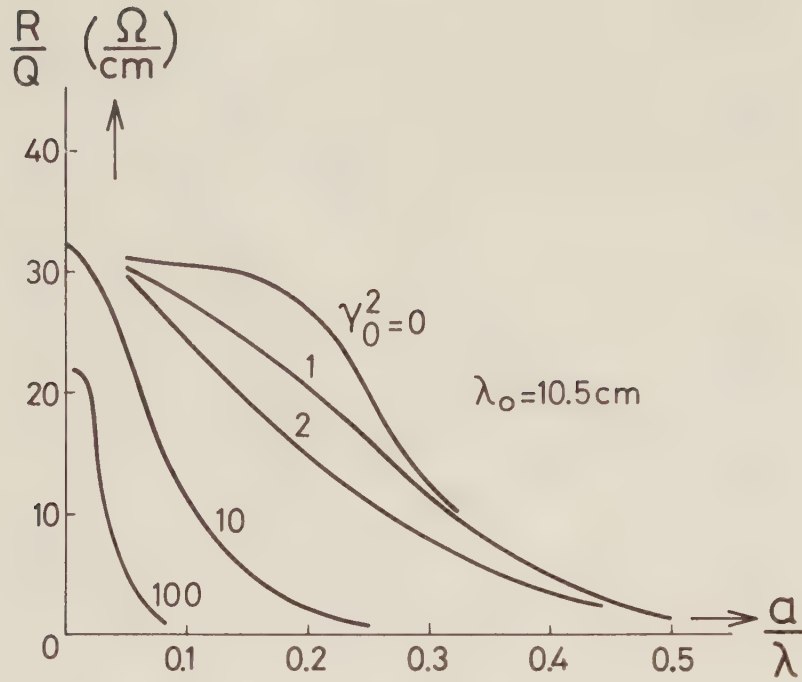


Fig. 14 R/Q en fonction de a/λ pour le mode déflecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 11 ($\lambda_0 = 10,5 \text{ cm}$).

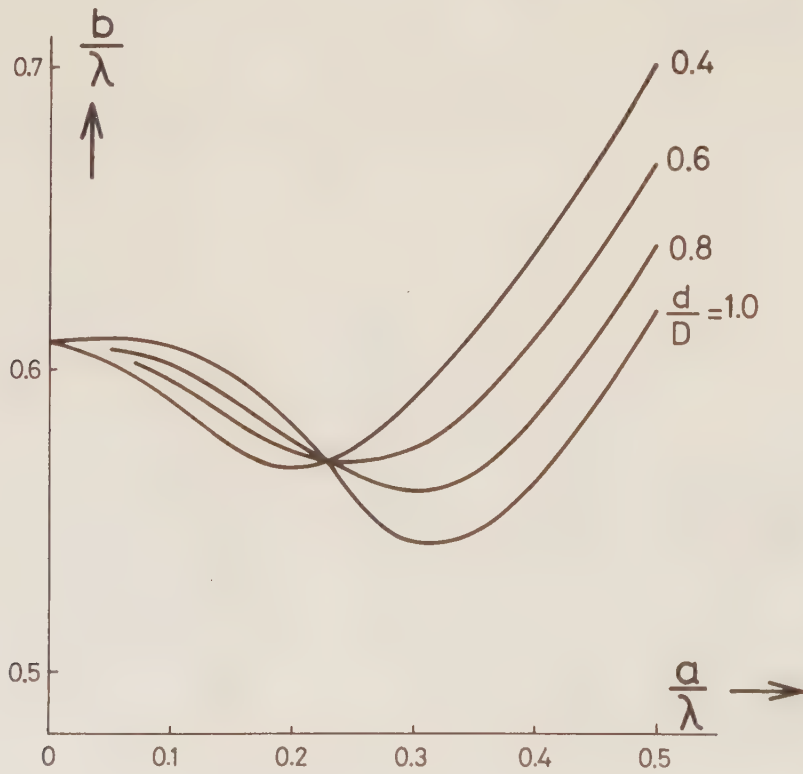


Fig. 15 Condition $\beta_{ph} = 1$ pour le mode déflecteur inférieur dans le guide à iris et dans "l'approximation de l'impédance" [voir éq. (II.70)].

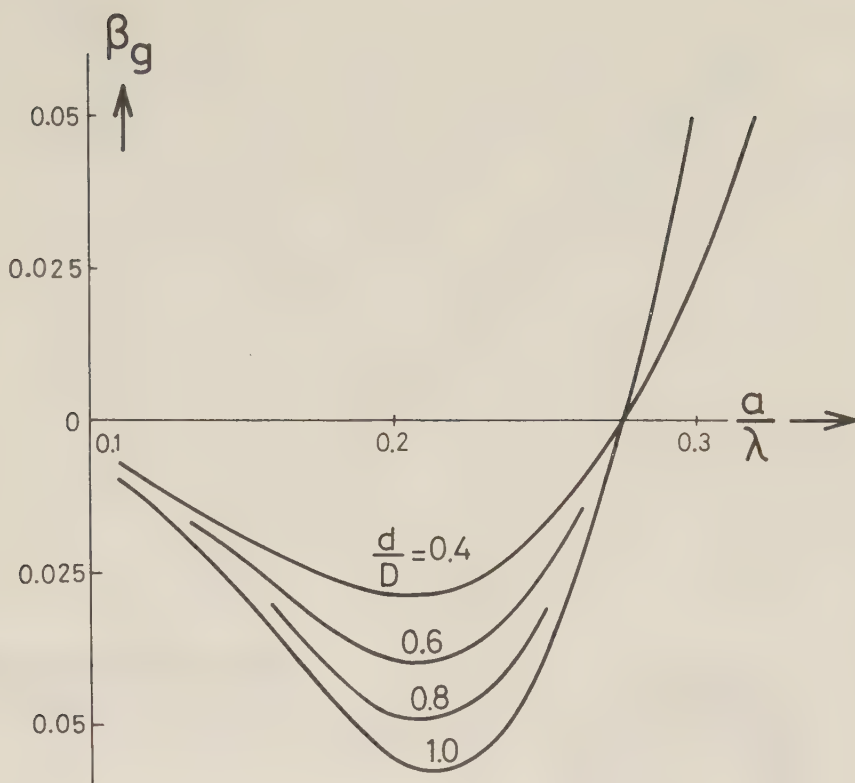


Fig. 16 Vitesse de groupe β_g en fonction de a/λ pour le mode déflecteur inférieur dans un guide à iris et dans "l'approximation de l'impédance" ($\beta_{ph} = 1$).

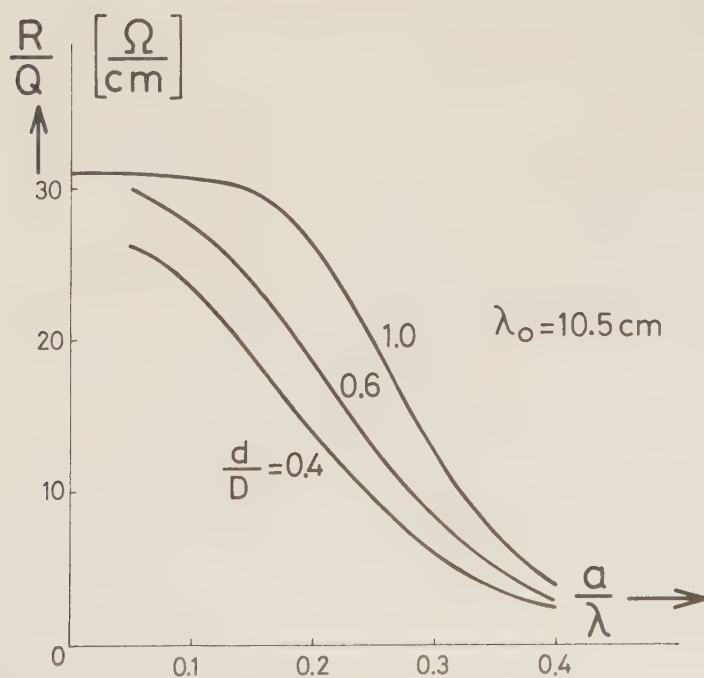


Fig. 17 R/Q en fonction de a/λ pour le mode déflecteur inférieur dans un guide à iris et dans "l'approximation de l'impédance" ($\beta_{ph} = 1$).

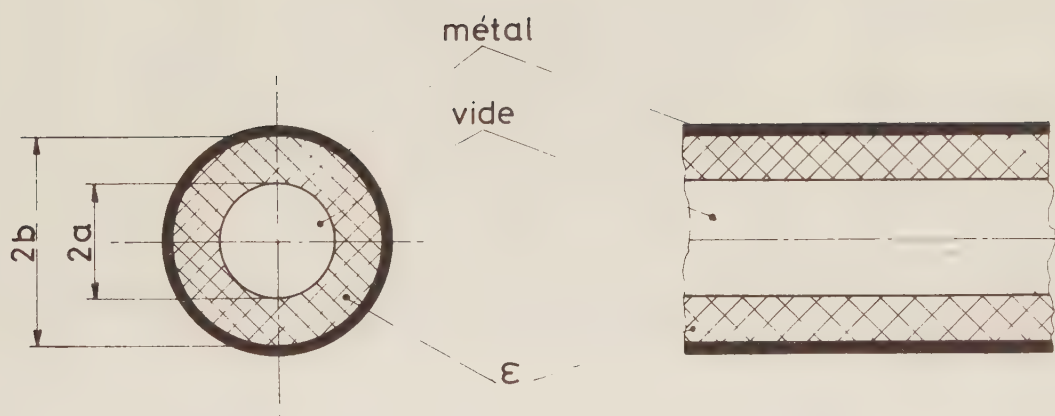


Fig. 18 Géométrie d'un guide cylindrique partiellement rempli de diélectrique.

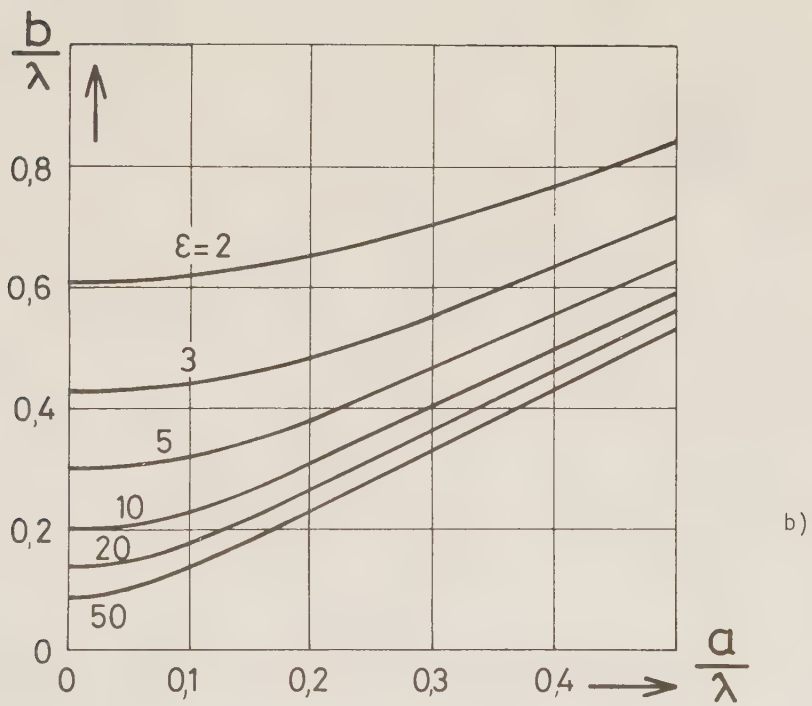
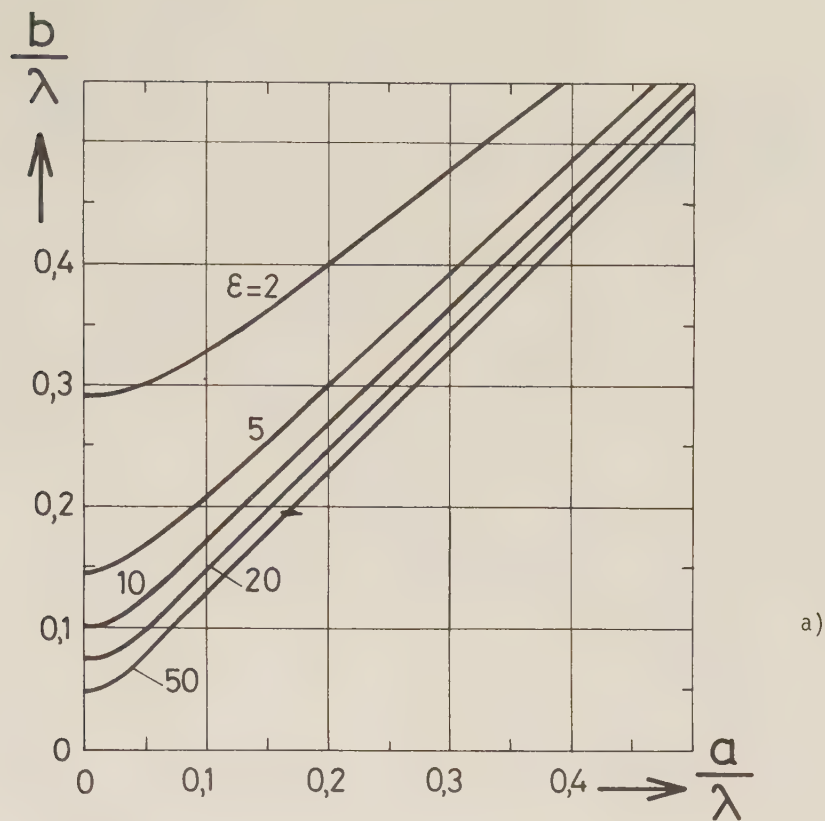


Fig. 19 Conditions $\beta_{ph} = 1$ pour le premier (a) et le deuxième (b) modes déflecteurs inférieurs dans la structure représentée sur la figure 18.

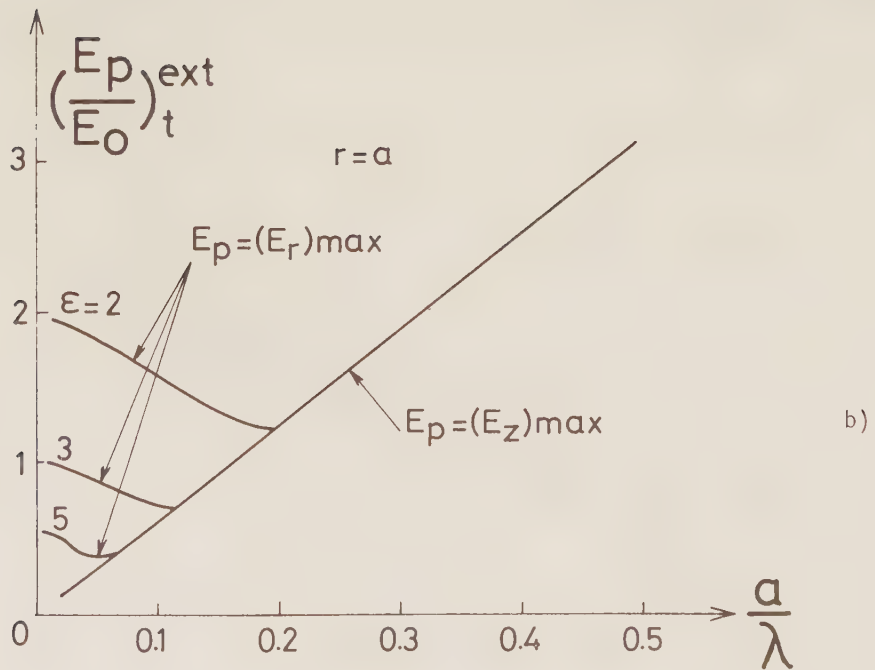
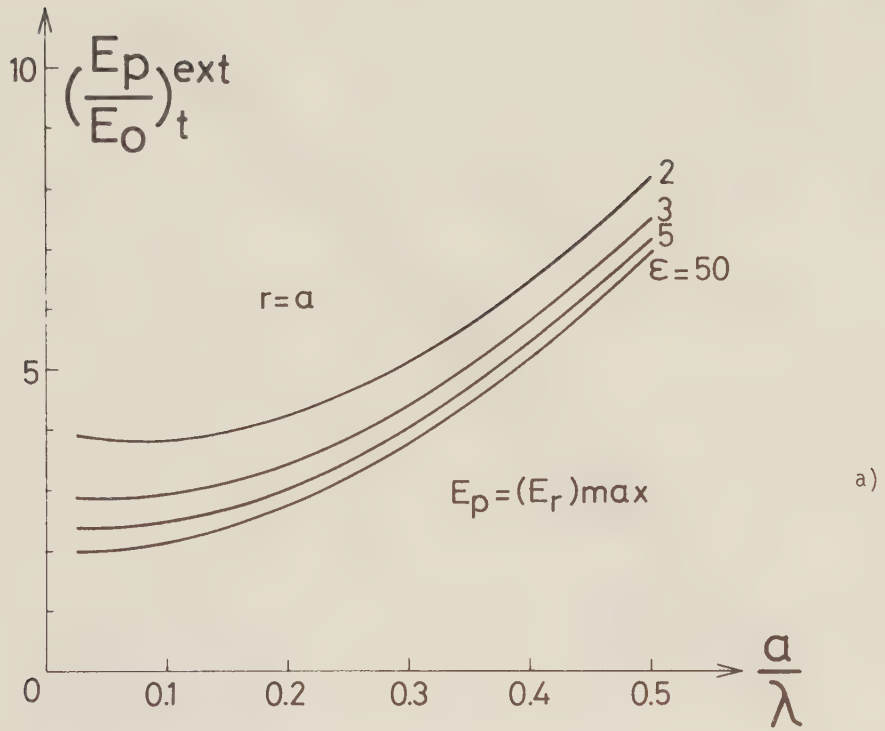


Fig. 20 Paramètres $(E_p/E_0)_t^{ext}$ en fonction de a/λ et ϵ pour le premier (a) et le deuxième (b) modes déflecteurs inférieurs dans la structure représentée sur la figure 18 ($\beta_{ph} = 1$).

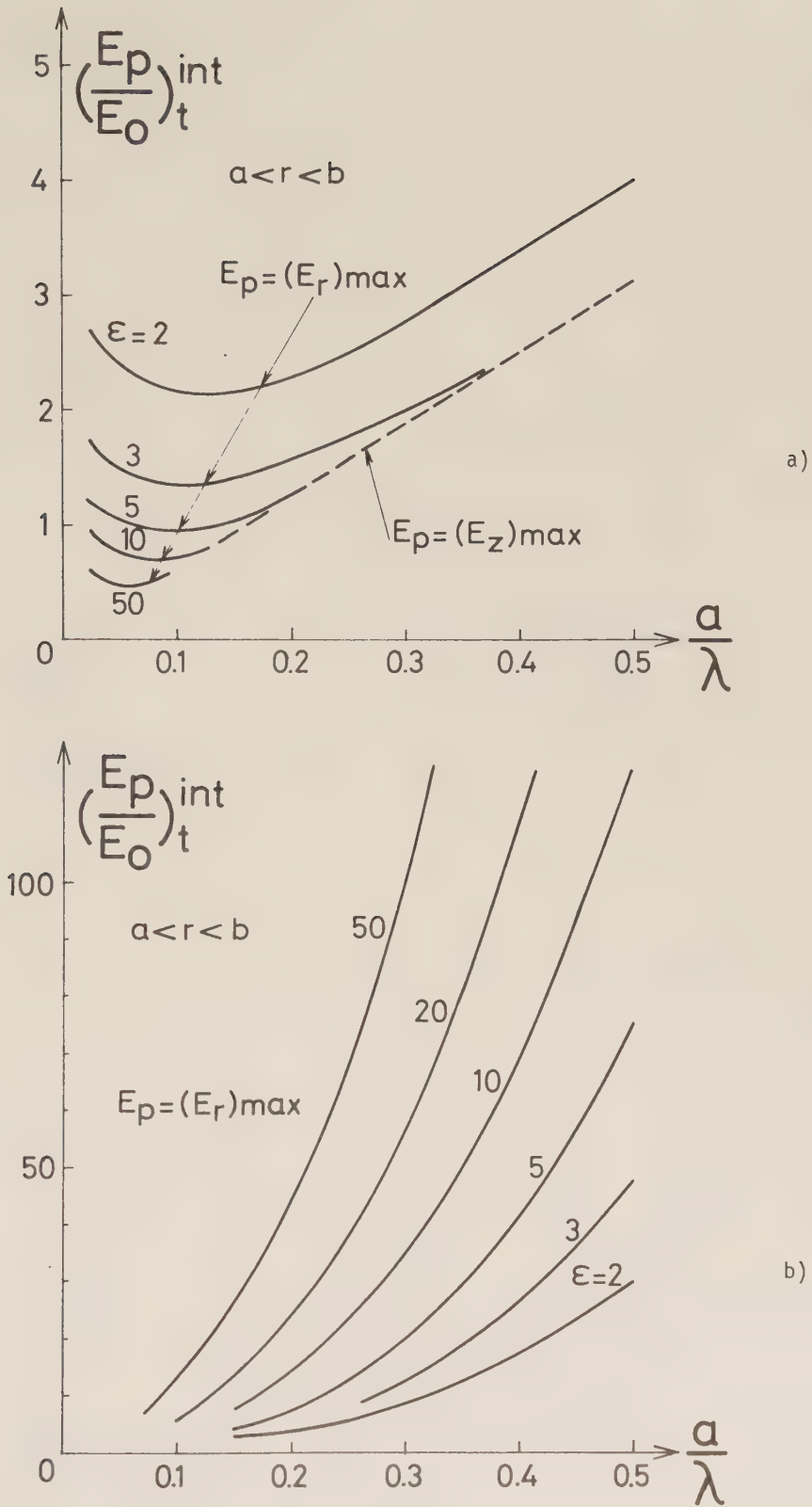


Fig. 21 Paramètres $(\frac{E_p}{E_0})_t^{\text{int}}$ en fonction de a/λ et ϵ pour le premier (a) et le deuxième (b) modes défecteurs inférieurs dans la structure représentée sur la figure 18 ($\beta_{\text{ph}} = 1$).

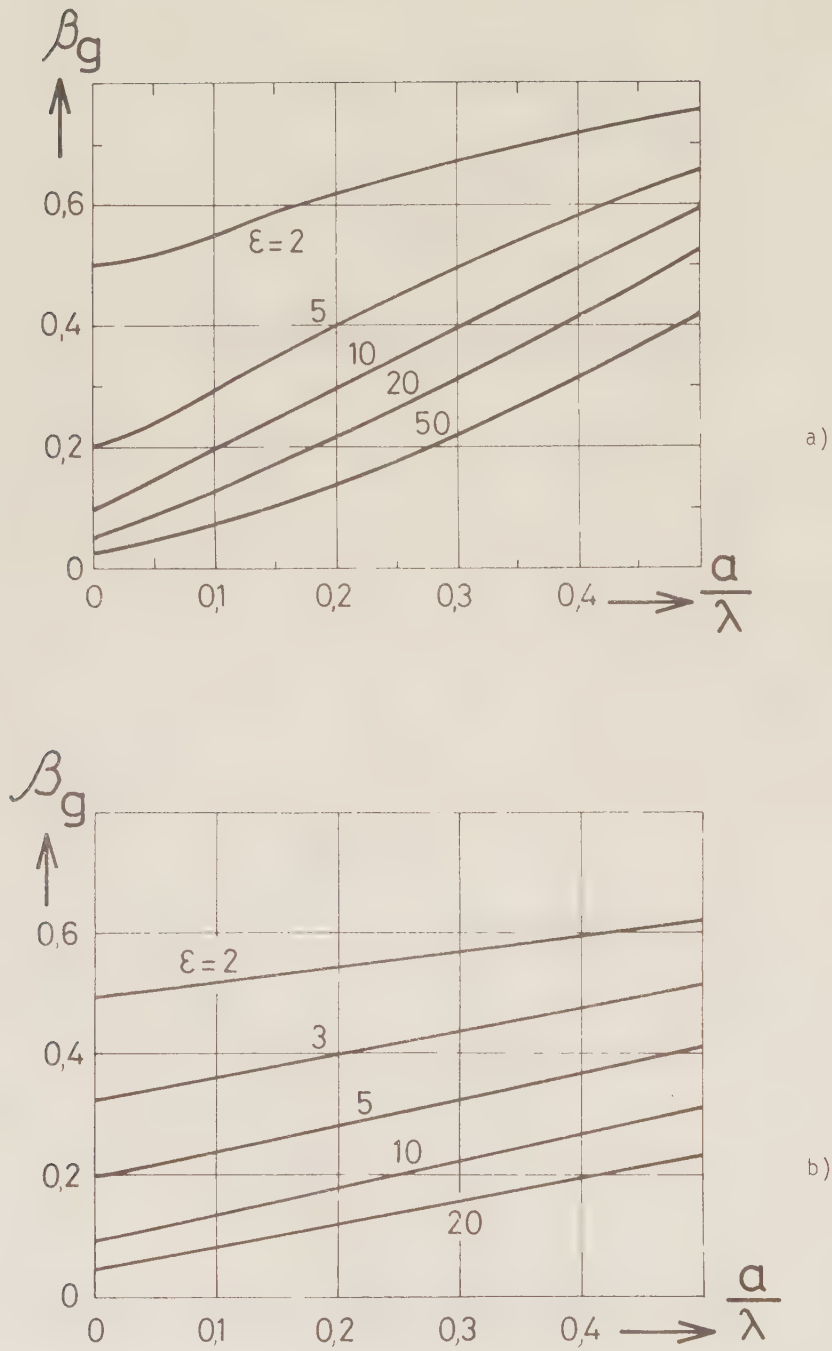


Fig. 22 Vitesse d'énergie en fonction de a/λ et ϵ pour le premier (a) et le deuxième (b) modes déflecteurs inférieurs dans la structure représentée sur la figure 18 ($\beta_{ph} = 1$).

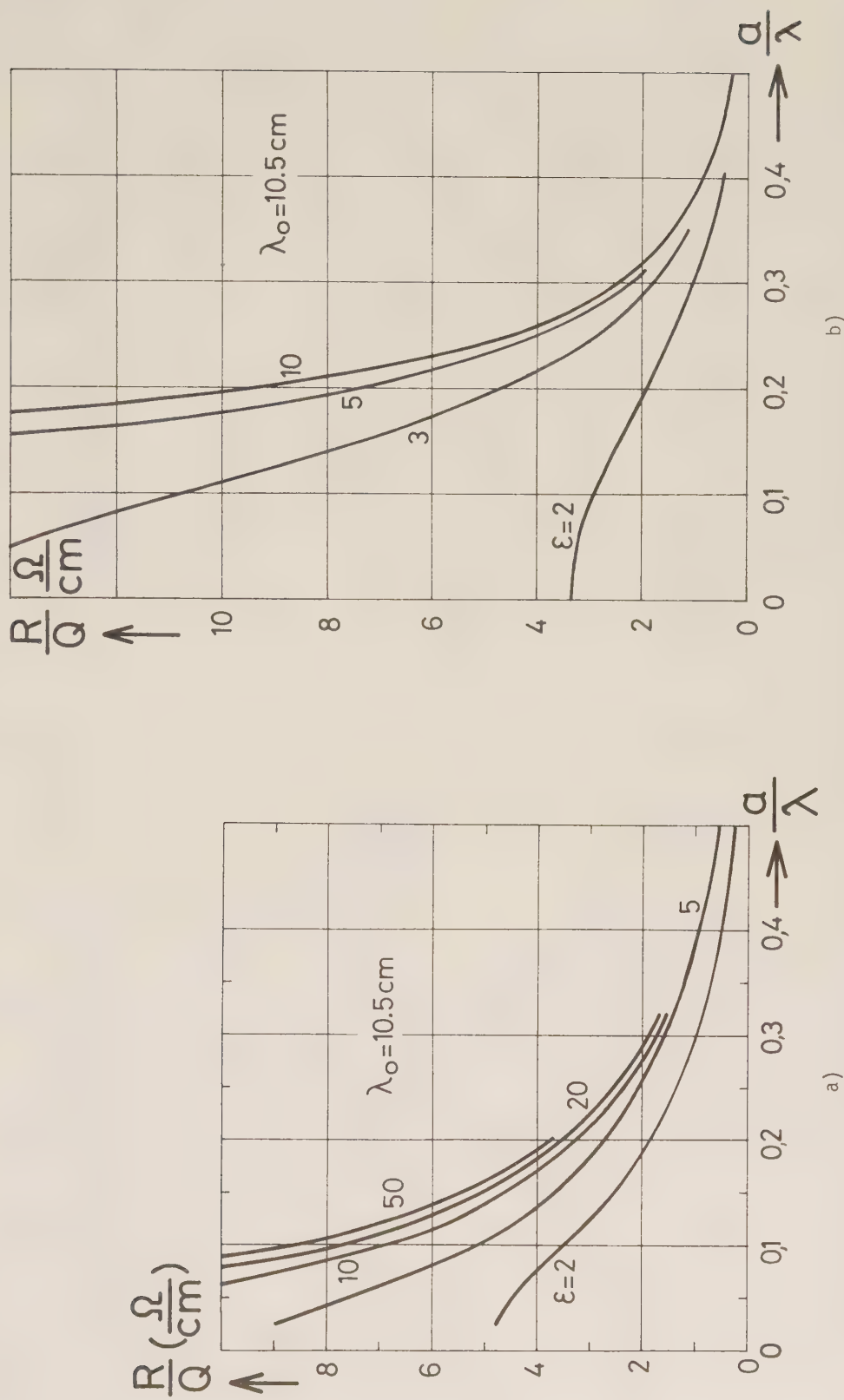


Fig. 23 R/Q en fonction de a/λ et ϵ pour le premier (a) et le deuxième (b) modes déflecteurs inférieurs dans la structure représentée sur la figure 18 ($\beta_{ph} = 1$ et $\lambda_j = 10,5 \text{ cm}$).

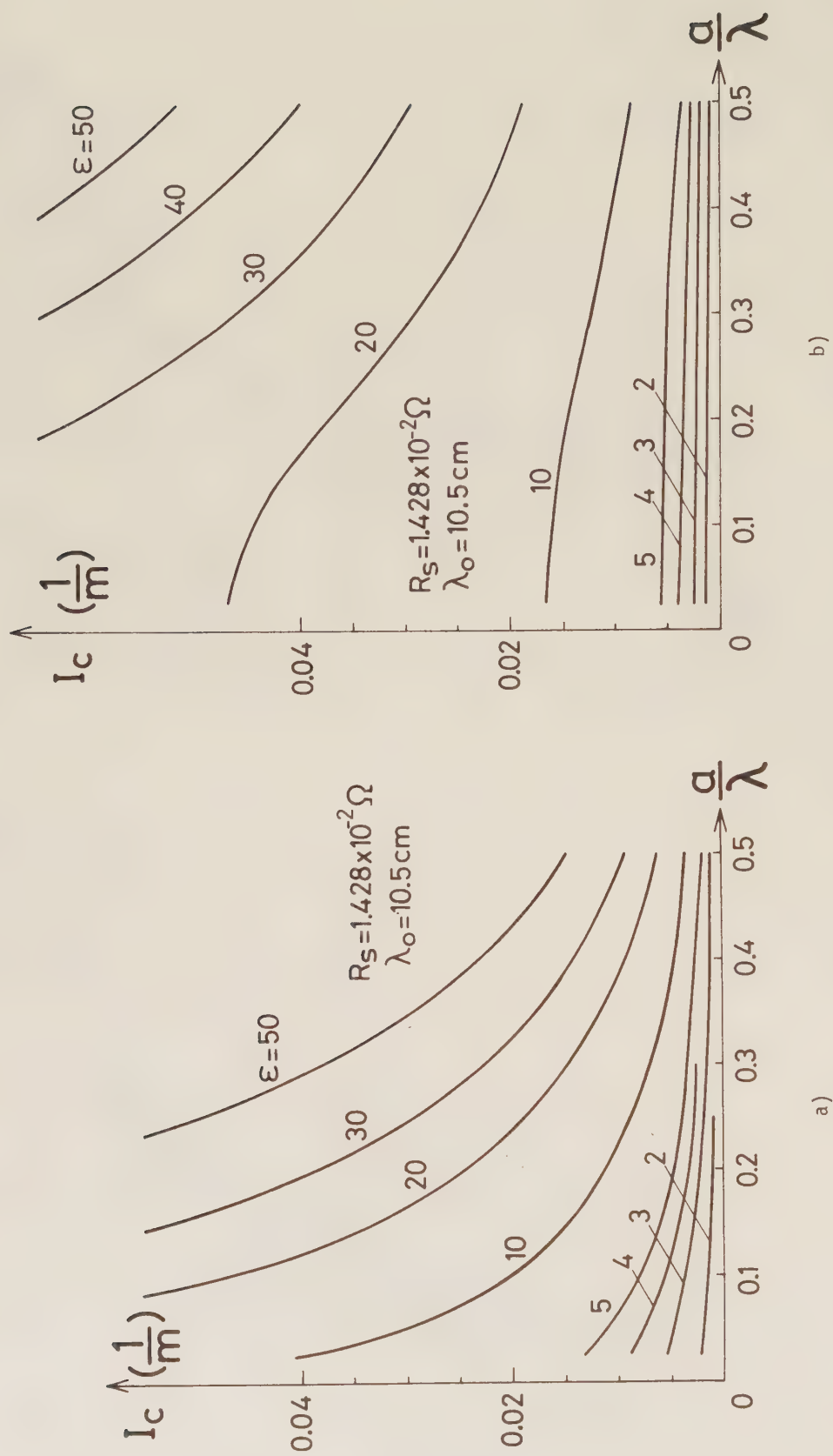


Fig. 24 Coefficient d'atténuation I_c (pertes sur les parois du guide) en fonction de a/λ et ϵ pour le premier (a) et le deuxième (b) modes déflecteurs inférieurs dans la structure représentée sur la figure 18 ($\beta_{ph} = 1$).

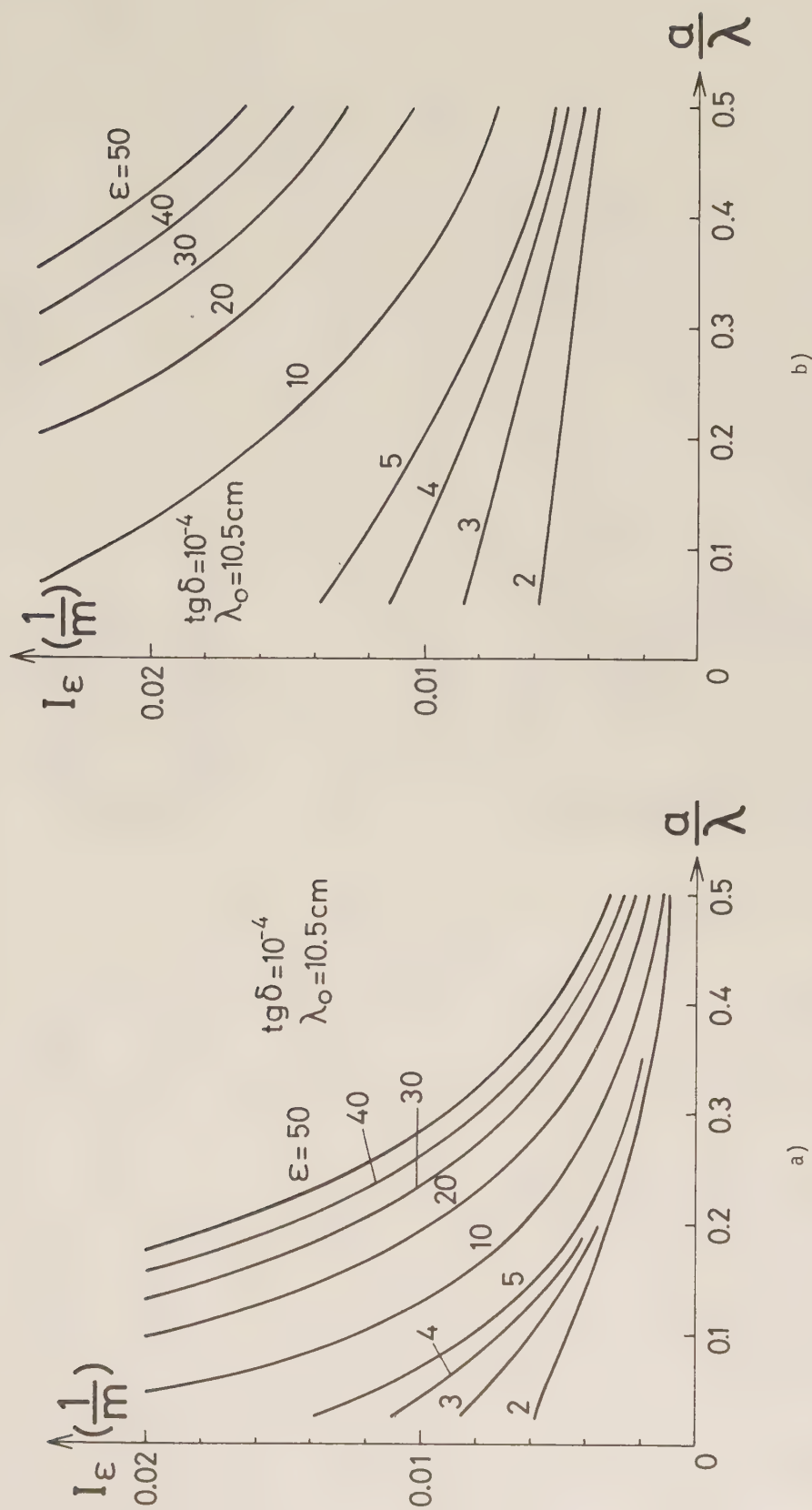


Fig. 25 Coefficient d'atténuation I_ϵ (pertes dans le diélectrique) en fonction de a/λ et ϵ pour le premier (a) et le deuxième (b) modes défecteurs inférieurs dans la structure représentée sur la figure 18 ($\beta_{ph} = 1$, $\lambda_0 = 10,5$ cm et $\text{tg } \delta = 10^{-4}$).

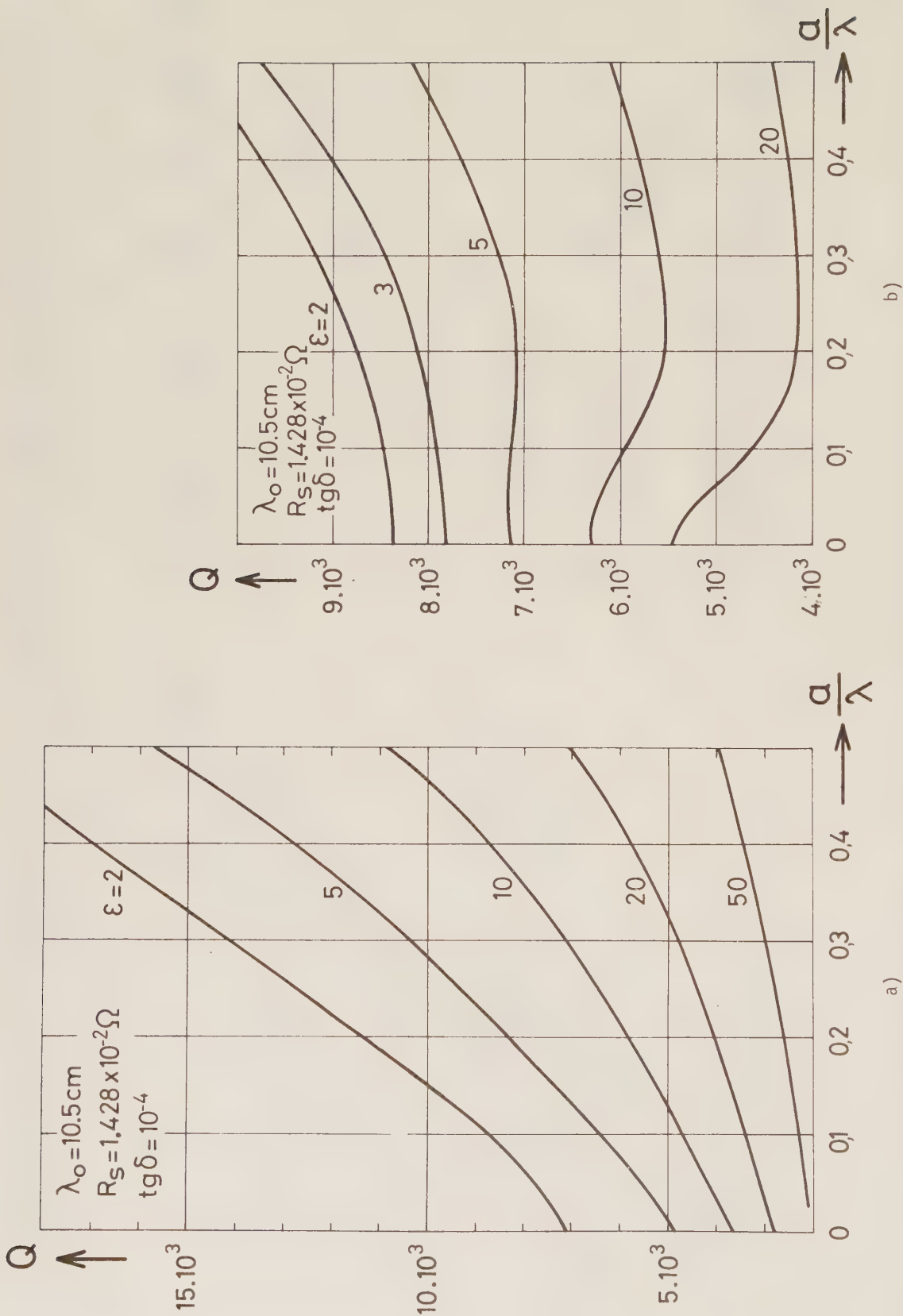


Fig. 26 Coefficient de surtension Q en fonction de a/λ et ϵ pour le premier (a) et le deuxième (b) modes défecteurs inférieurs dans la structure représentée sur la figure 18 ($\beta_{ph} = 1$, $\lambda_0 = 10,5 \text{ cm}$ et $\text{tg } \delta = 10^{-4}$).

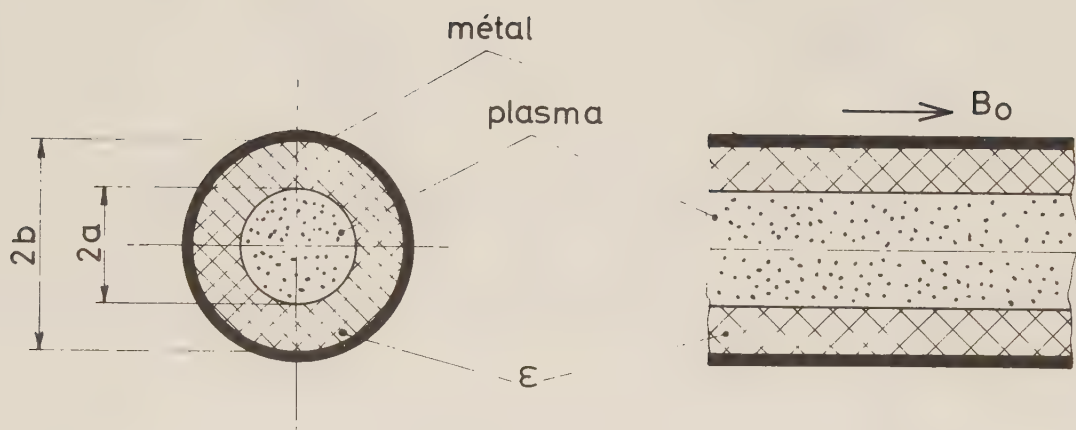


Fig. 27 Géométrie d'un guide cylindrique partiellement rempli de diélectrique et avec une colonne de magnétoplasma.

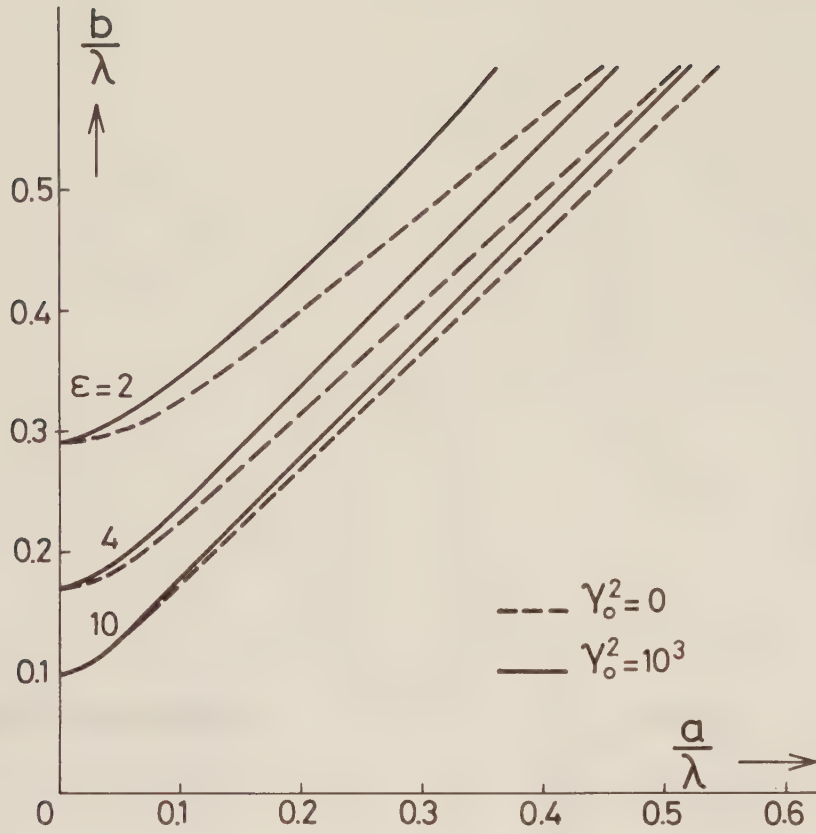


Fig. 28 Condition $\beta_{ph} = 1$ pour le mode défecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 27.

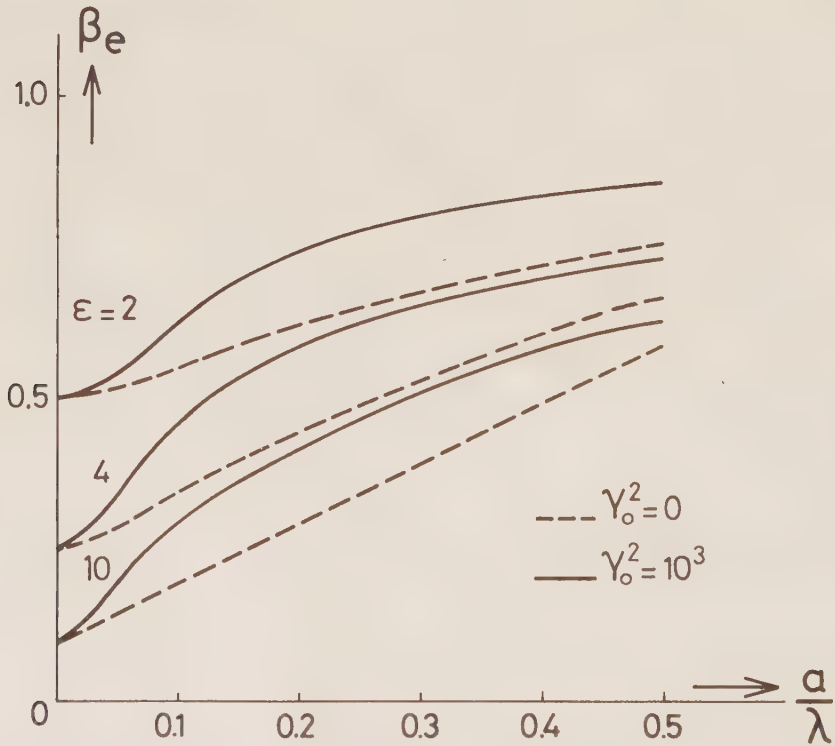


Fig. 29 Vitesse d'énergie en fonction de a/λ pour quelques valeurs de ϵ et γ_o^2 et pour le mode défecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 27 ($\beta_{ph} = 1$).

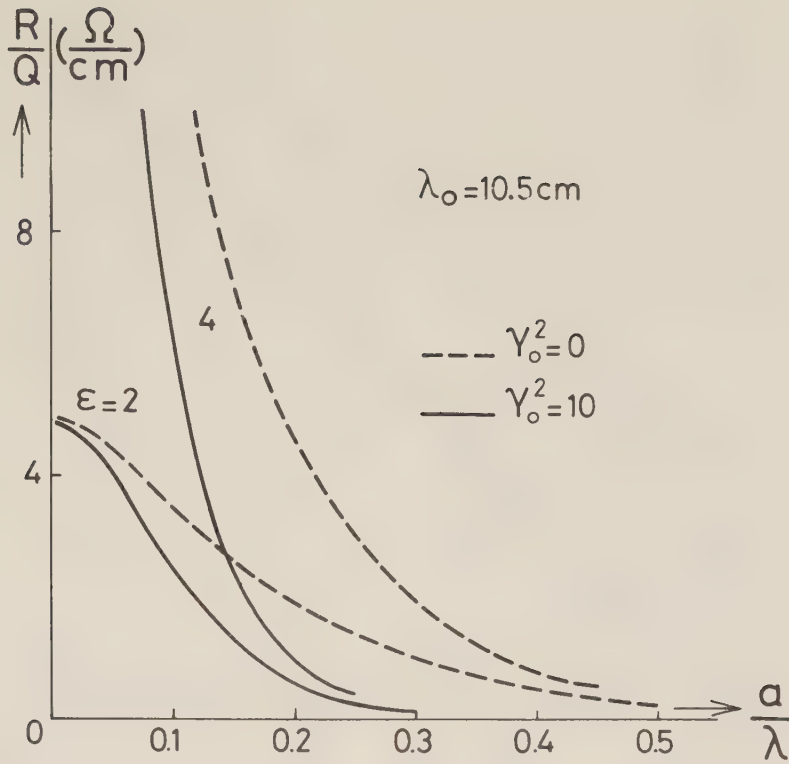


Fig. 30 R/Q en fonction de a/λ pour quelques valeurs de ϵ et γ_0^2 pour le mode déflecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 27 ($\beta_{ph} = 1$ et $\lambda_0 = 10,5 \text{ cm}$).

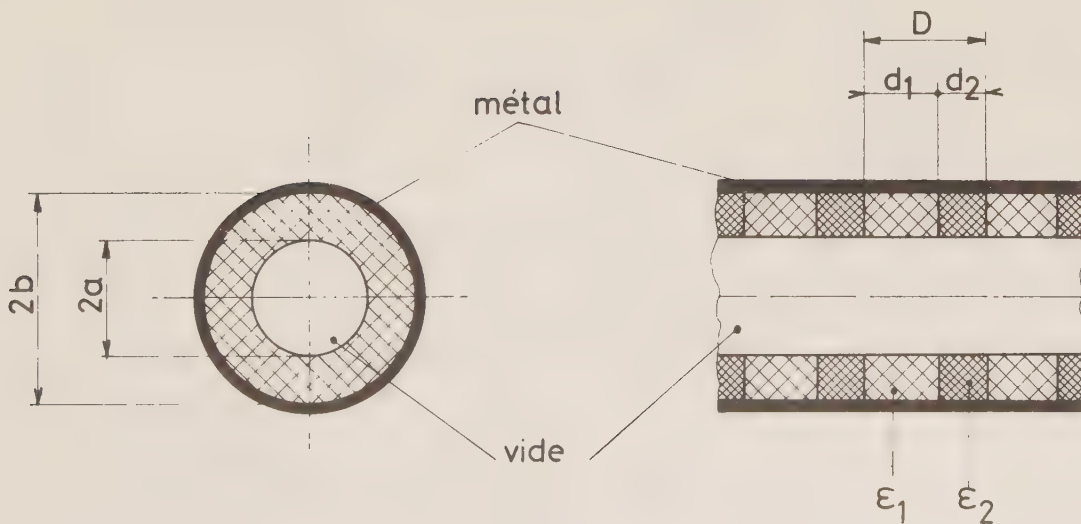


Fig. 31 Géométrie d'un guide cylindrique chargé d'iris diélectriques.

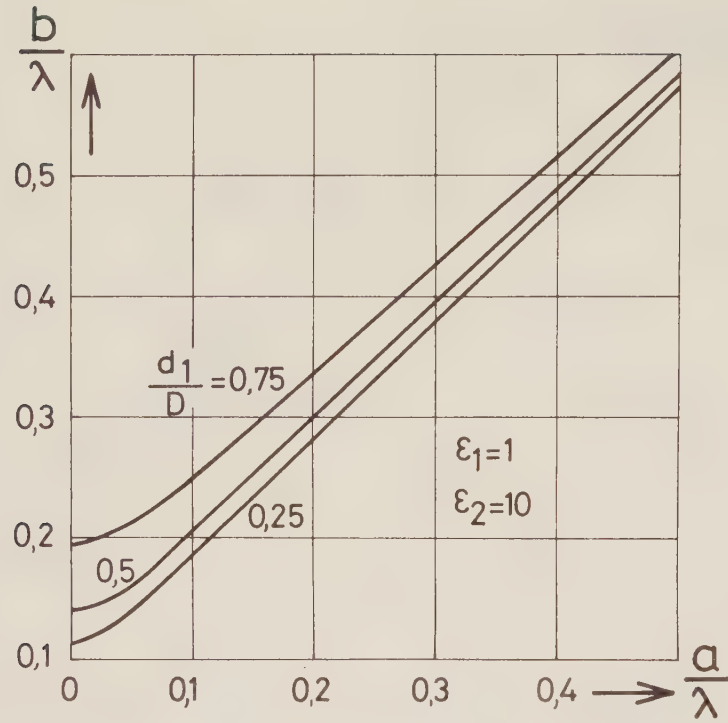


Fig. 32 Condition $\beta_{ph} = 1$ pour le mode déflecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 31.

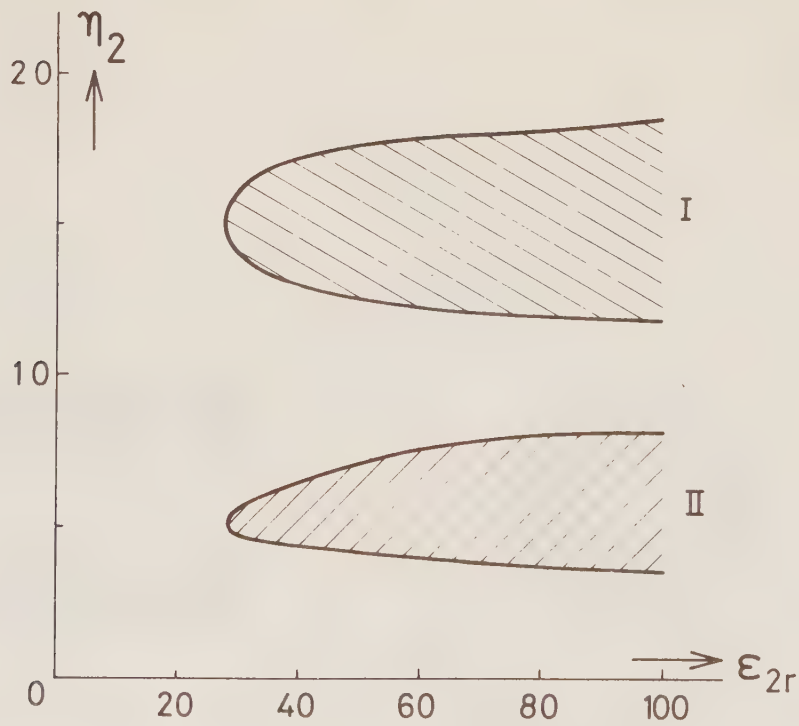


Fig. 33 Régions d'existence des ondes hybrides inverses pour le premier (a) et le deuxième (b) modes déflecteurs inférieurs dans une structure représentée sur la figure 27 ($\beta_{ph} = 1$).

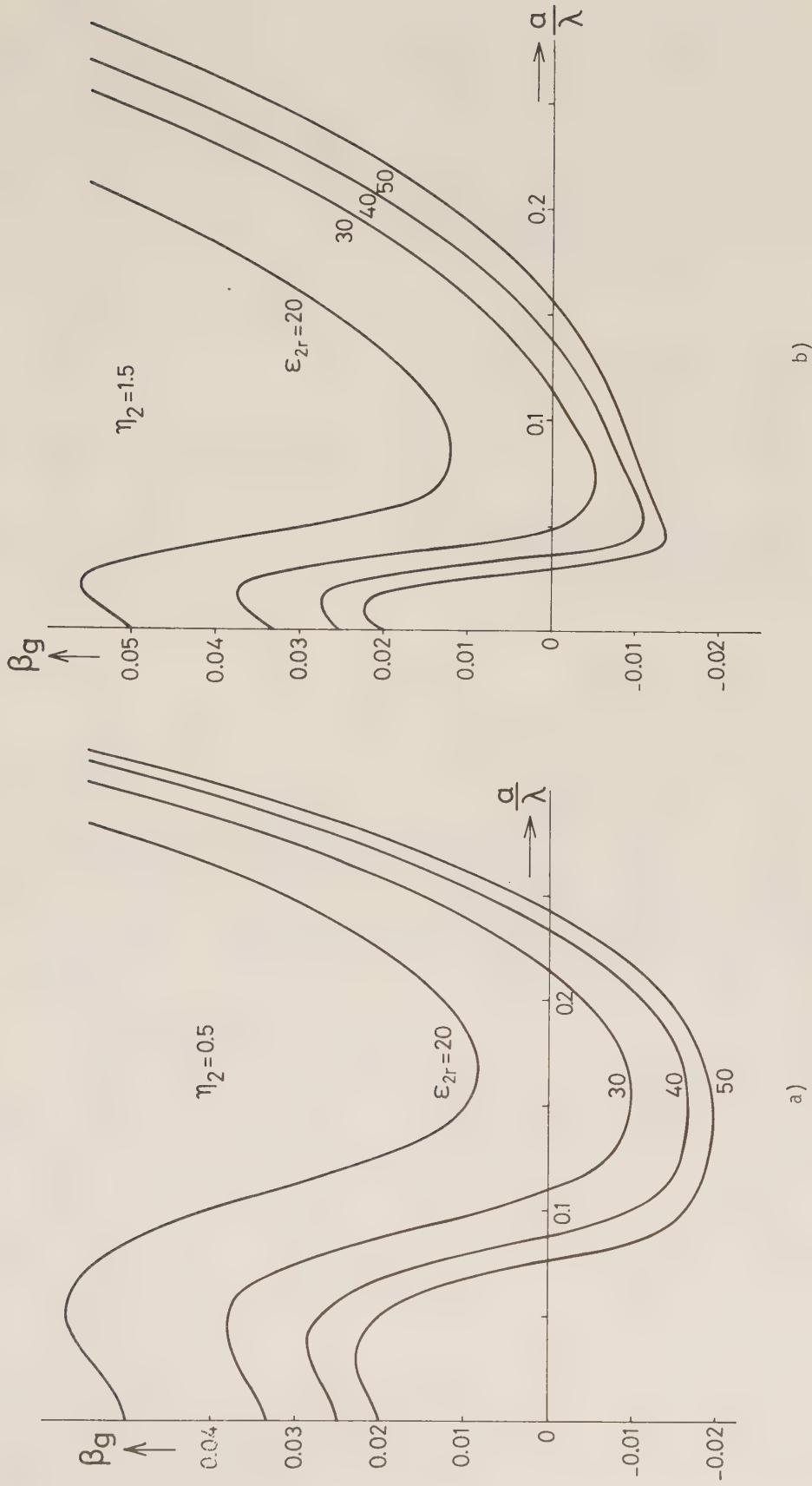


Fig. 34 Vitesse de groupe en fonction de a/λ pour quelques valeurs de ϵ_{2r} et pour le premier (a) et le deuxième (b) modes défecteurs inférieurs dans la structure représentée sur la figure 27.

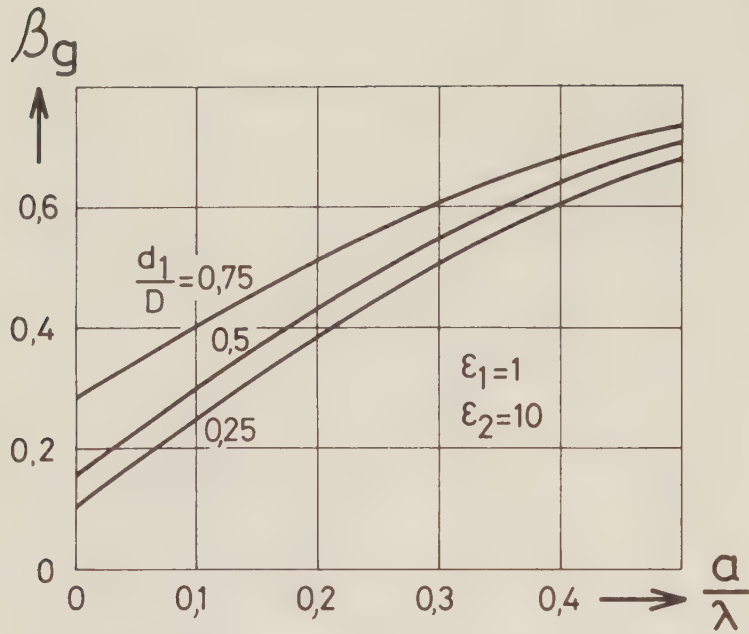


Fig. 35 Vitesse d'énergie en fonction de a/λ pour $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 10$ et quelques valeurs de d_1/D et pour le mode déflecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 27 ($\beta_{ph} = 1$).

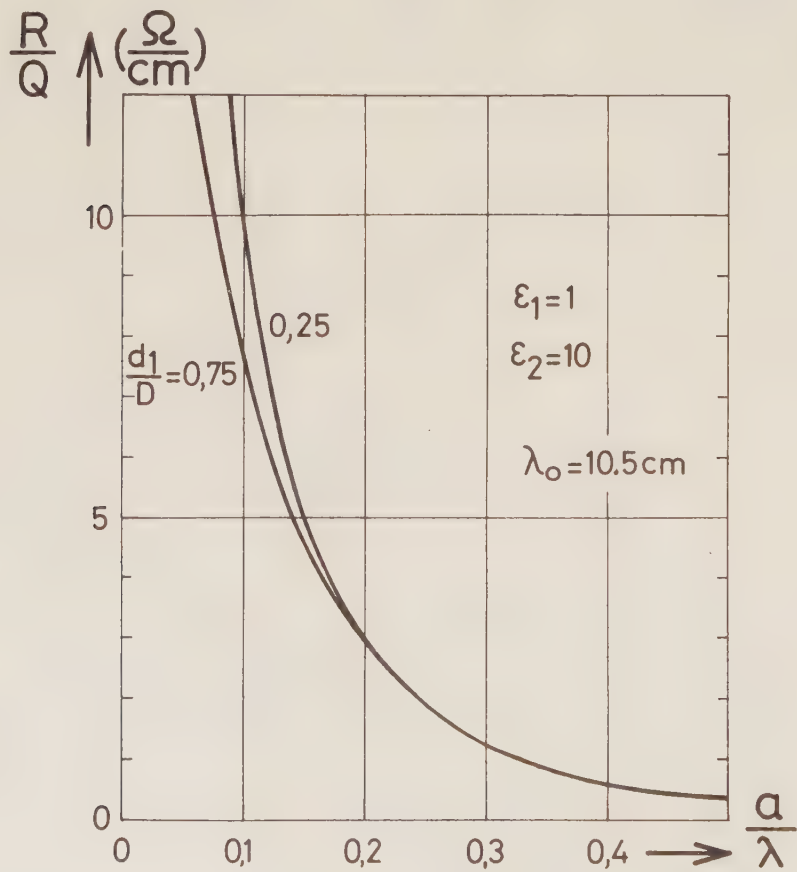


Fig. 36 R/Q en fonction de a/λ pour le mode déflecteur inférieur dans la structure représentée sur la figure 27 ($\lambda_0 = 10,5$ cm et $\beta_{ph} = 1$).

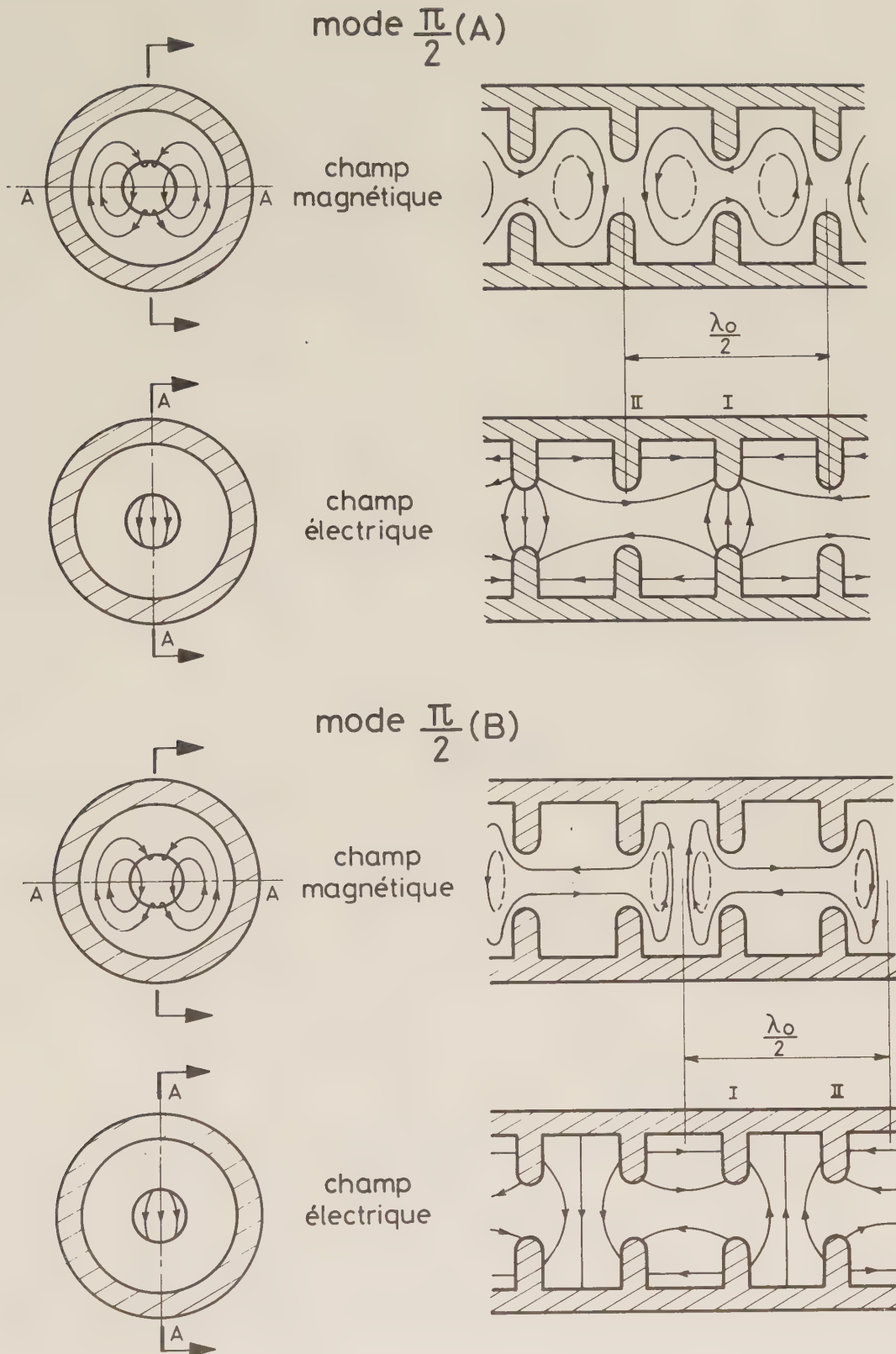
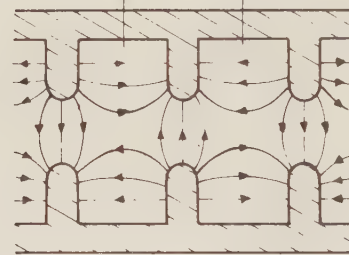
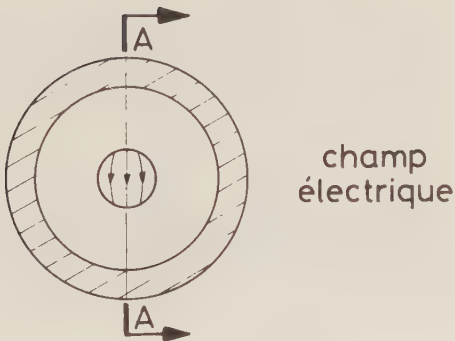
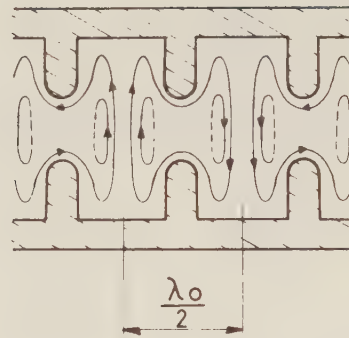
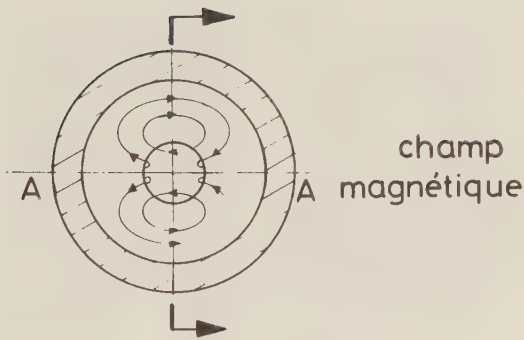


Fig. 37 Configuration des champs électrique et magnétique, en ondes stationnaires pour un mode déflecteur $\pi/2$ et pour deux conditions aux limites différentes A et B (indiquées par les flèches) ou en ondes progressives pour des instants donnés. Pour pouvoir représenter mieux les lignes de champ magnétique, on a tourné le plan de projection de 90° par rapport au cas du champ électrique. A-A : plan de déflexion. Les appellations I, II servent à distinguer les disques le long desquels la configuration des champs a été mesurée.

mode π



mode $\frac{2\pi}{3}$

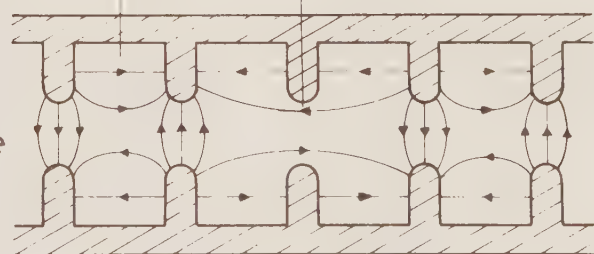
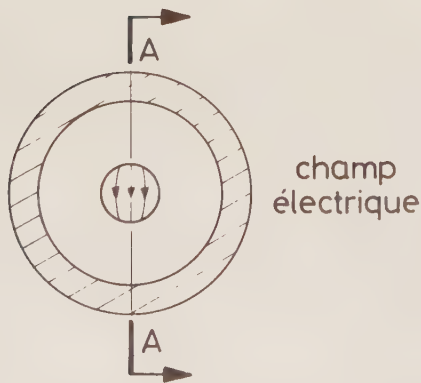
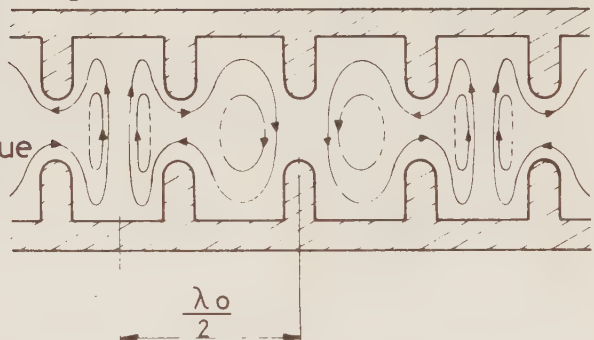
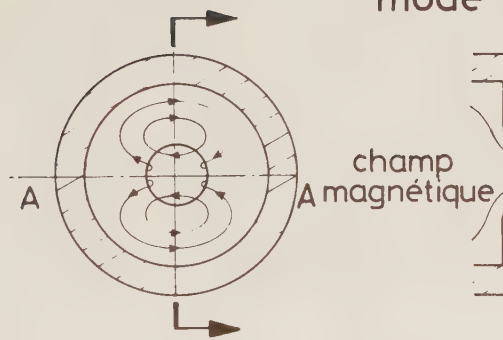


Fig. 38 Comme la figure 37, pour un mode π et un mode $2\pi/3$ (une seule condition aux limites).

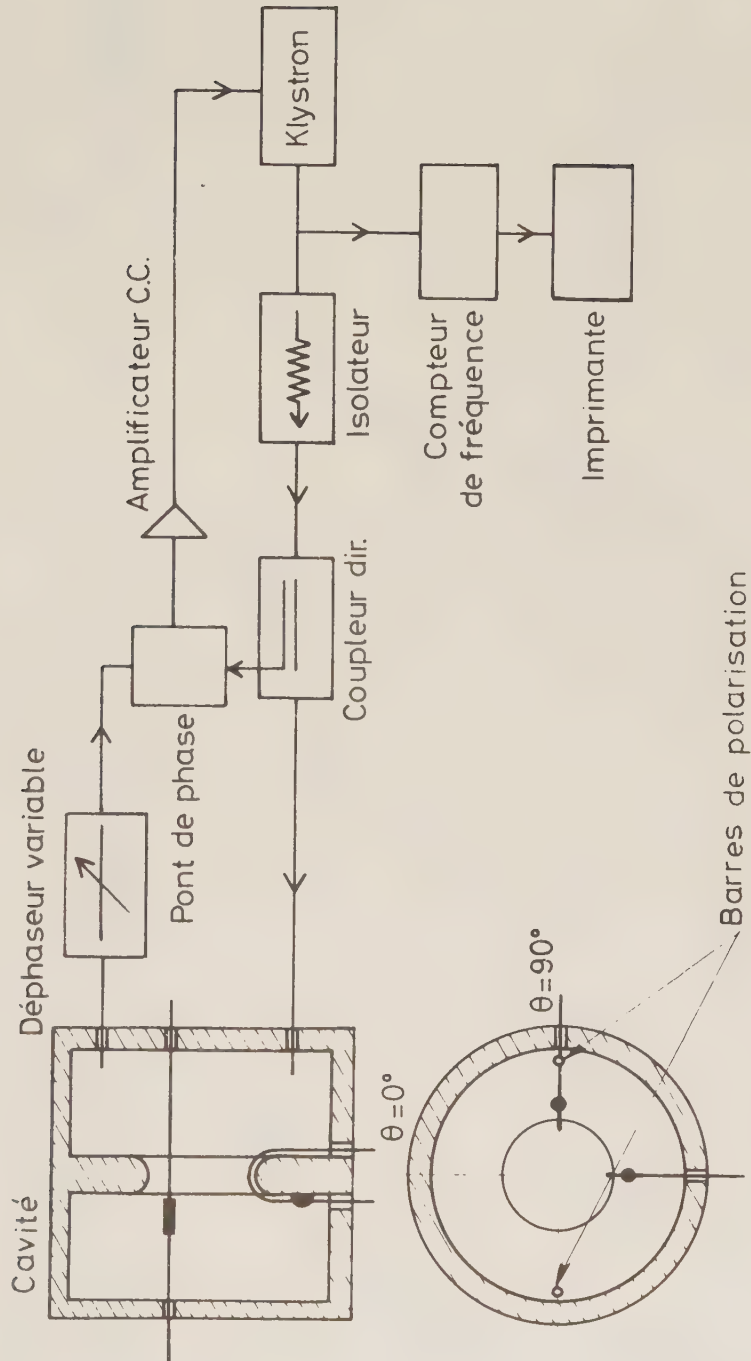


Fig. 39 Dispositif de mesure des perturbations.

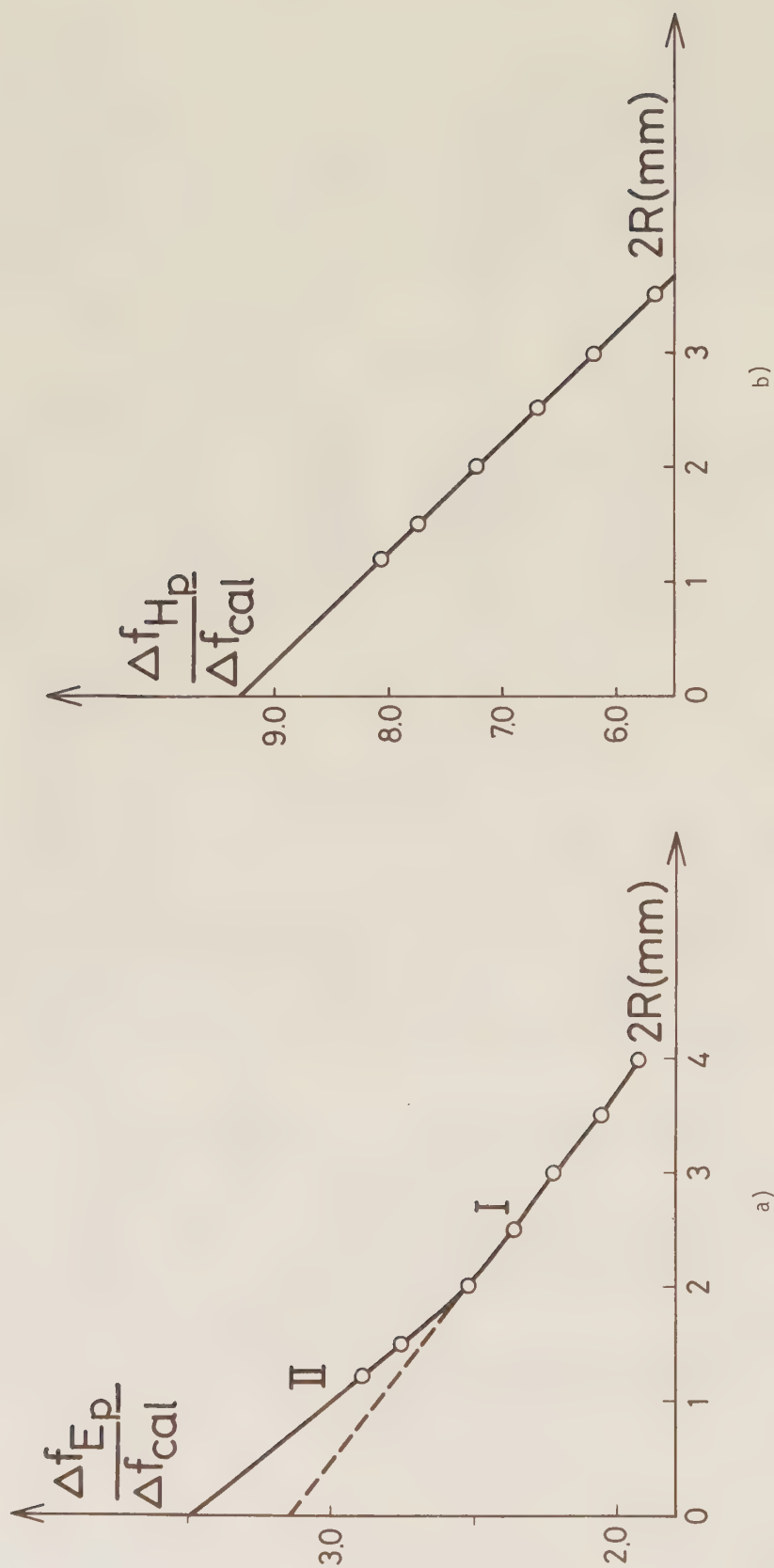


Fig. 40 Exemple de courbe $\Delta f/\Delta f_{cal}$ en fonction du diamètre $2R$ de l'objet perturbateur pour le modèle.
a) Pour le champ électrique maximal (Δf_{Ep}) dans le plan $\theta = 0^\circ$. Mesures faites à l'aide de demi-sphères diélectriques.
Le changement de pente de la courbe pour les petites valeurs de $2R$ est dû à l'effet image.
b) Pour le champ magnétique maximal (Δf_{Hp}) dans le plan $\theta = 90^\circ$. Mesures faites à l'aide de demi-sphères métalliques.

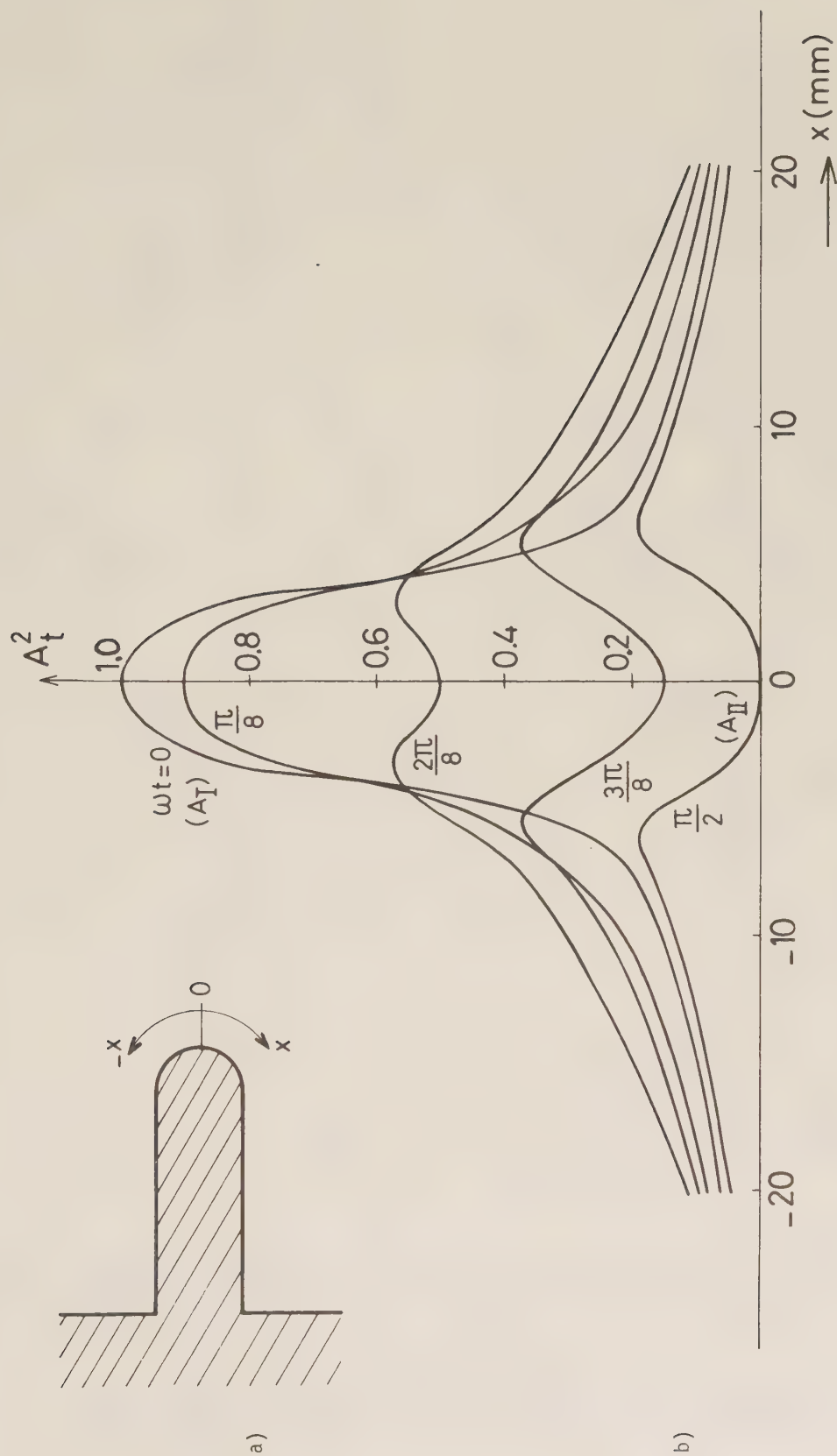


Fig. 41 Distribution du champ électrique le long d'un disque pour un modèle $\pi/2-5,25-55$. Configuration des champs et condition à la limite A.
a) Définition de la coordonnée x ;
b) Distributions du carré du champ électrique en ondes progressives A_t^2 pour différents ωt . Les distributions pour $\omega t = 0$ et $\omega t = \pi/2$ correspondent respectivement aux distributions mesurées A_I et A_{II} .

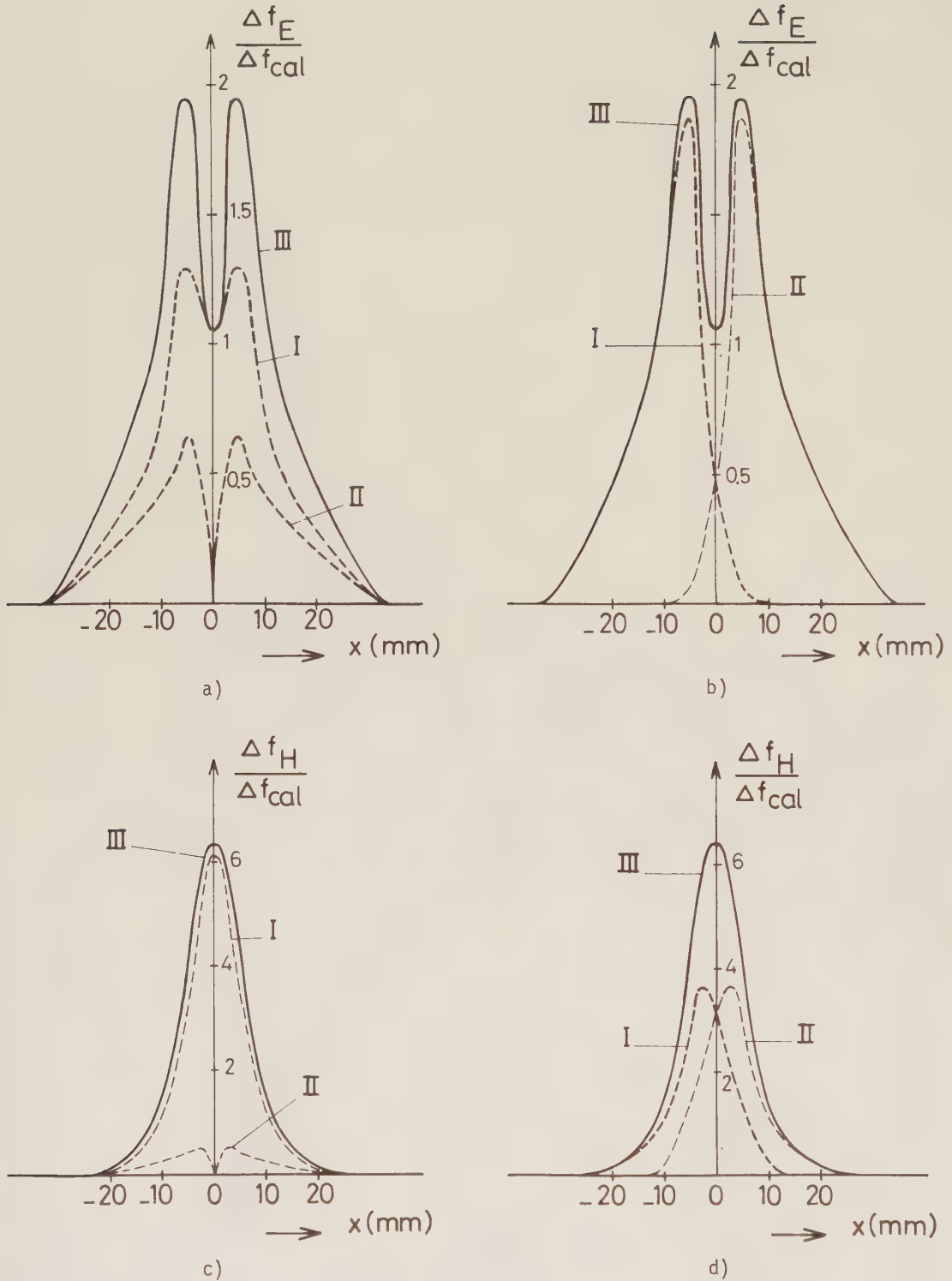


Fig. 42 Distributions du carré des champs électrique et magnétique le long d'un disque pour un modèle $\pi/2$ -10-50 et pour un objet perturbateur infiniment petit. I, distribution A_I^2 (le long du disque I); II, distribution A_{II}^2 (le long du disque II); III, distribution A_t^2 .

a) Champ électrique : conditions aux limites A; $\Gamma_E = 1,60$;
b) Champ électrique : conditions aux limites B; $\Gamma_E = 1,97$;
c) Champ magnétique : conditions aux limites A; $\Gamma_H = 1,98$;
d) Champ magnétique : conditions aux limites B; $\Gamma_H = 1,561$.

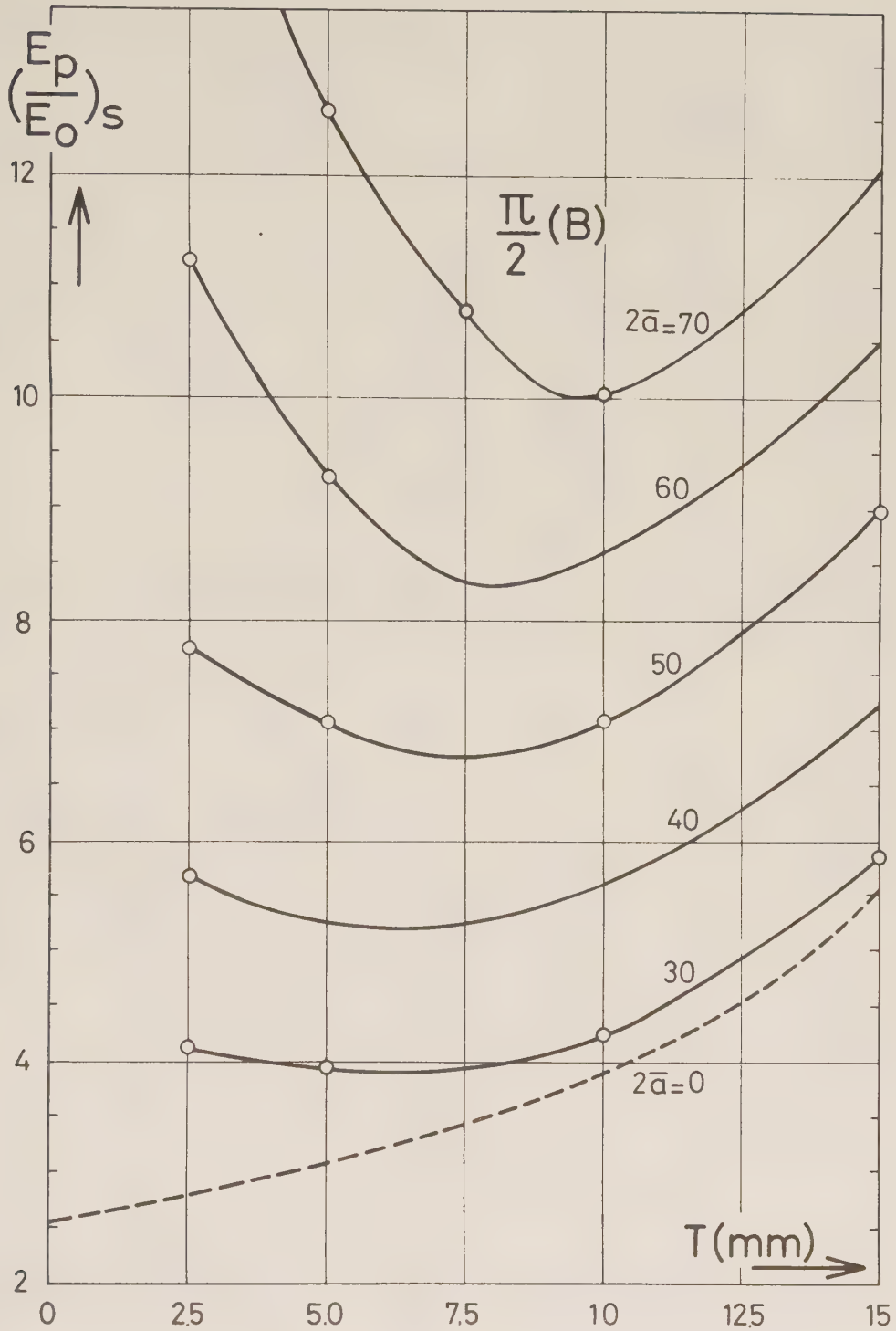


Fig. 43 $(\frac{E_p}{E_0})_s$ en fonction de l'épaisseur des iris T pour le mode $\pi/2$ en ondes stationnaires et avec la condition à la limite B ($\lambda_0 = 10,5$ cm, $\beta_{ph} = 1$). La courbe en trait pointillé correspond à l'approximation "small hole" ($\bar{a} \rightarrow 0$).

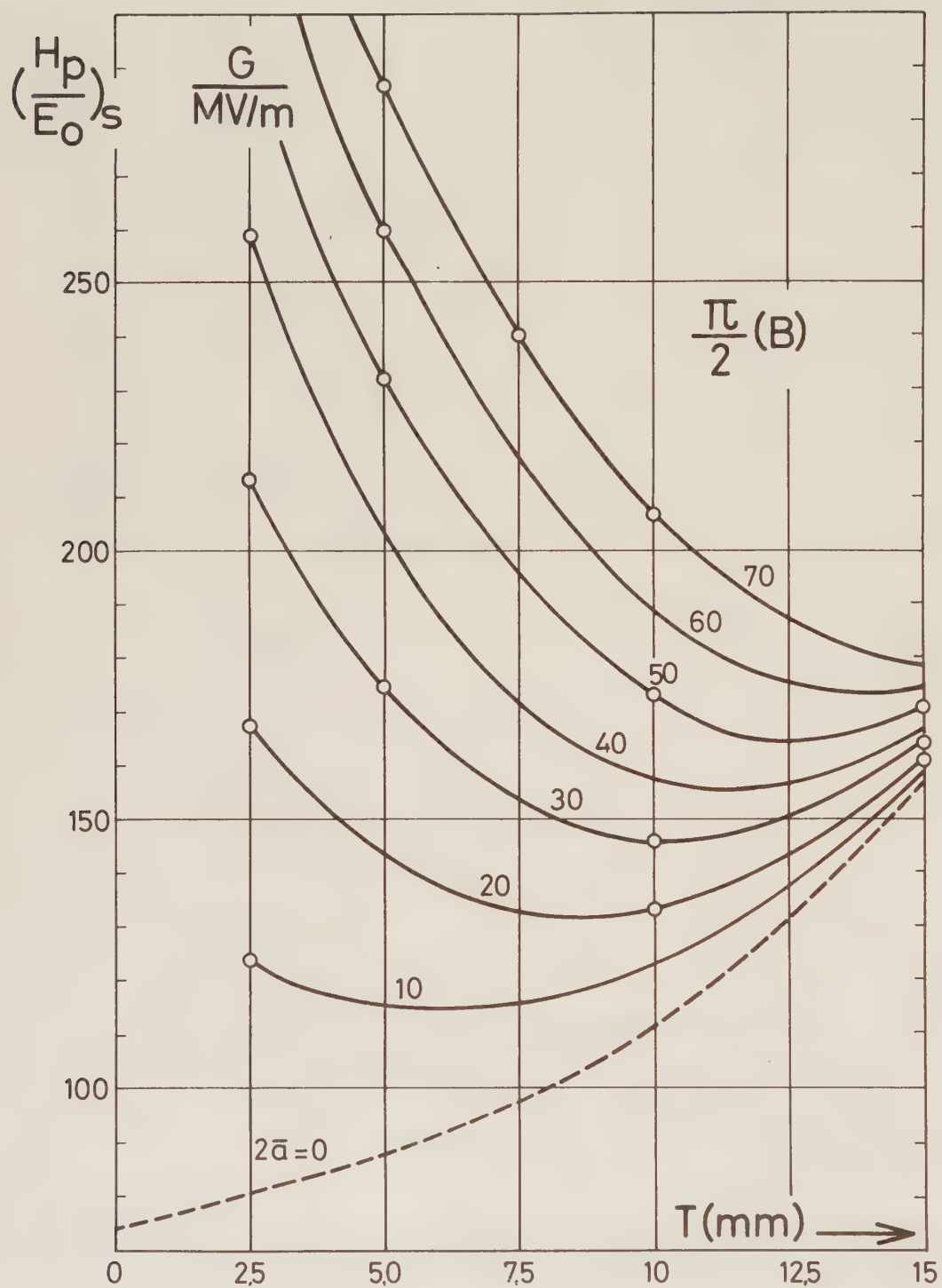
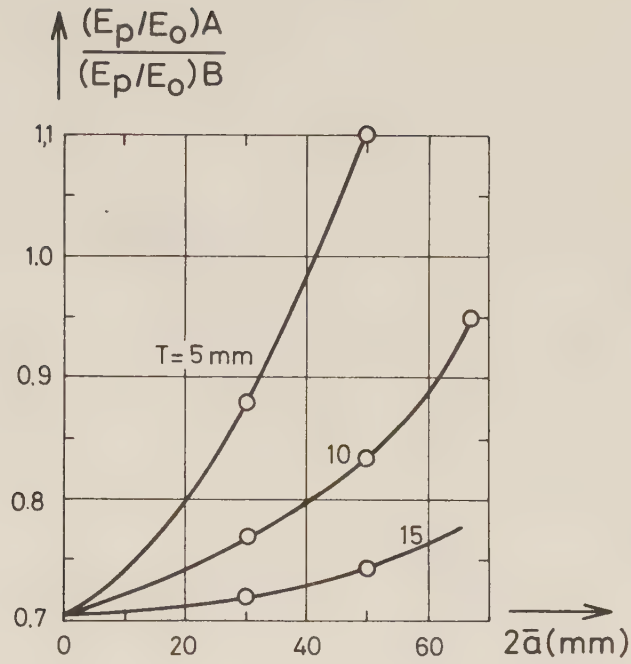
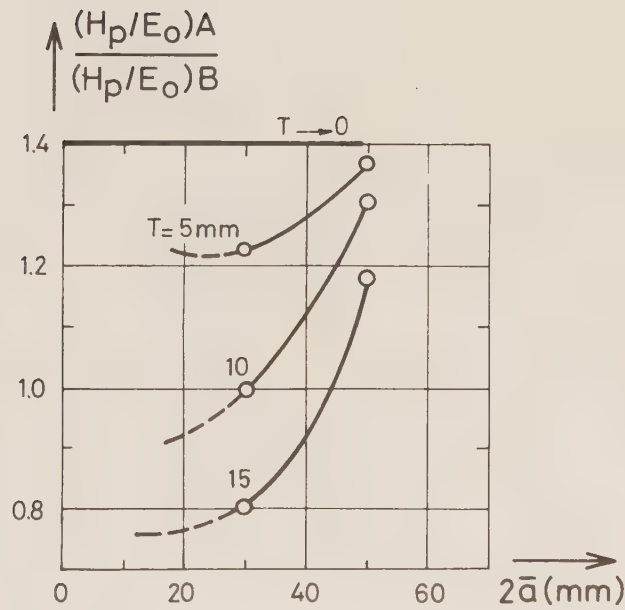


Fig. 44 Comme la figure 43 pour $(\frac{H_p}{E_0})_s$.



a)



b)

Fig. 45 $(E_p/E_0)_A/(E_p/E_0)_B$ (a) et $(H_p/E_0)_A/(H_p/E_0)_B$ (b) pour le mode $\pi/2$ en fonction de T et $2\bar{a}$ [A et B sont deux conditions aux limites différentes (voir fig. 37)].

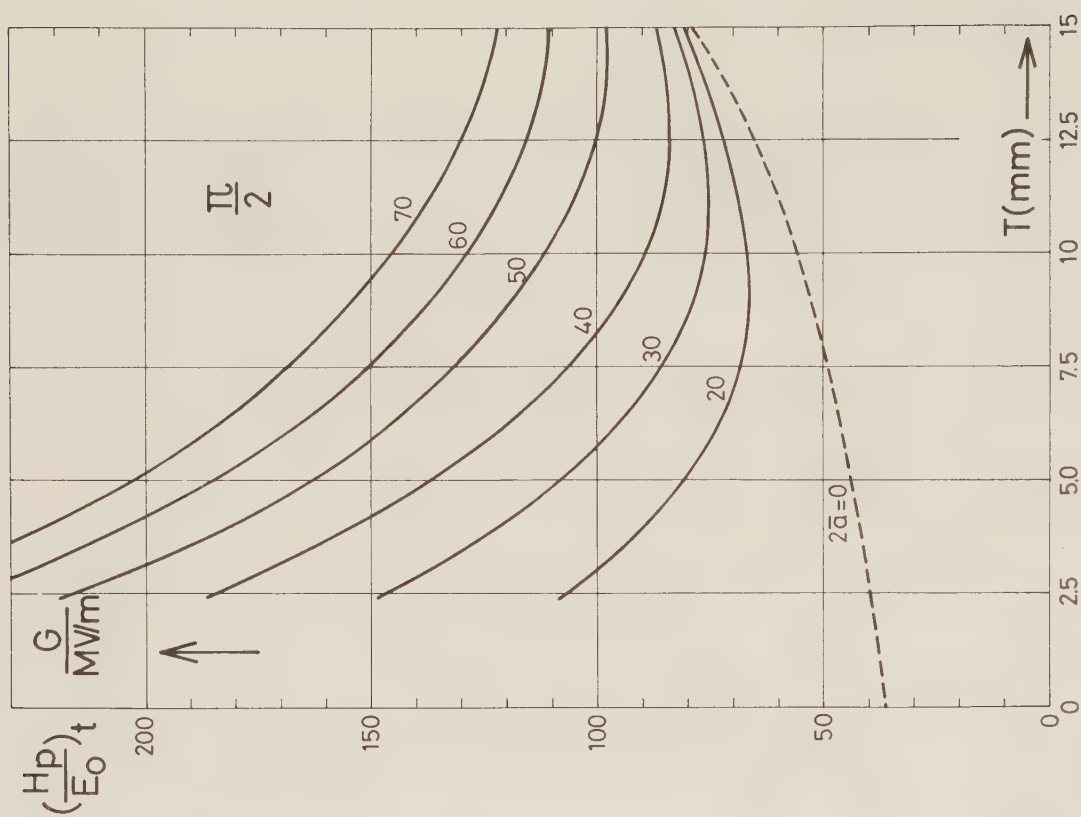


Fig. 47 Comme la figure 43, pour $(\frac{H_p}{E_0})_t$.

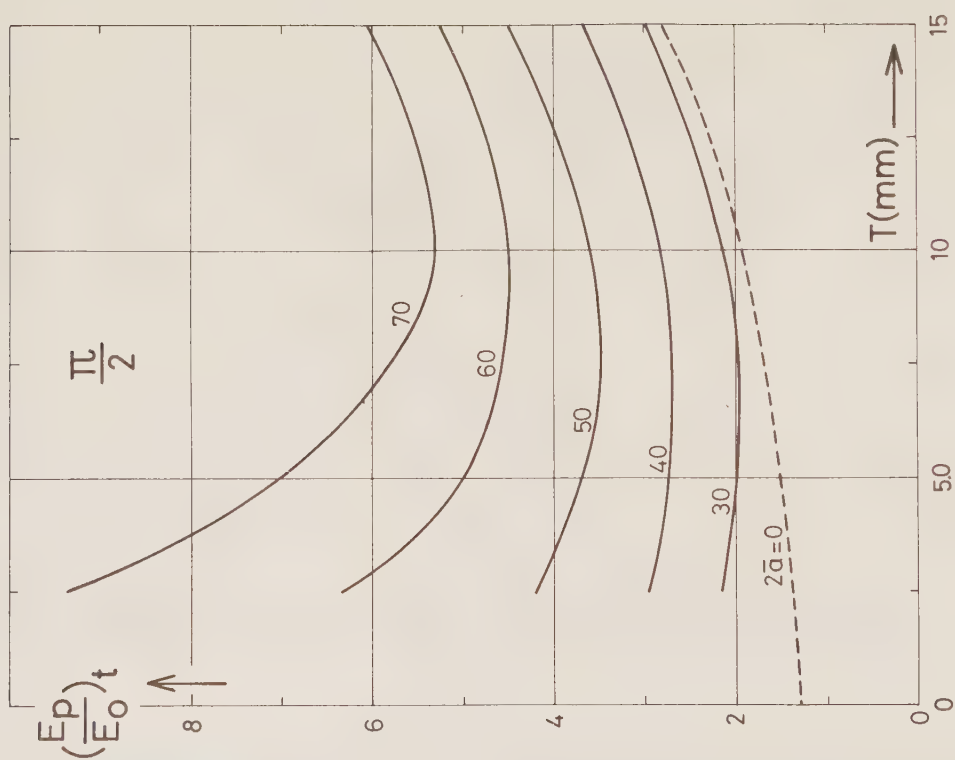


Fig. 46 Comme la figure 43, pour $(\frac{E_p}{E_0})_t$.

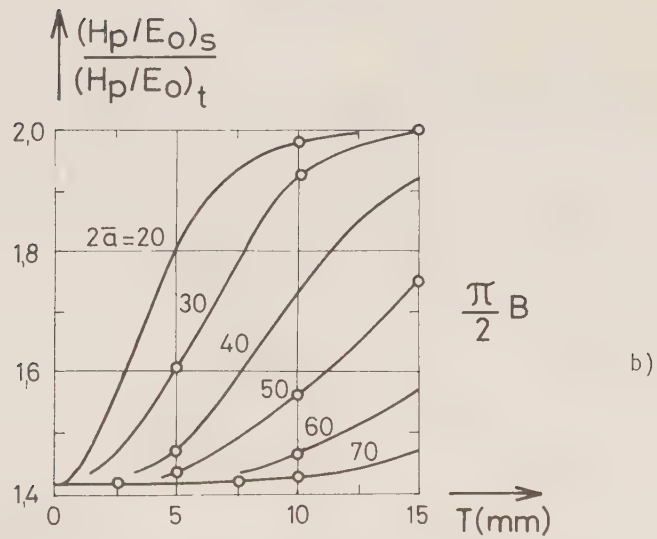
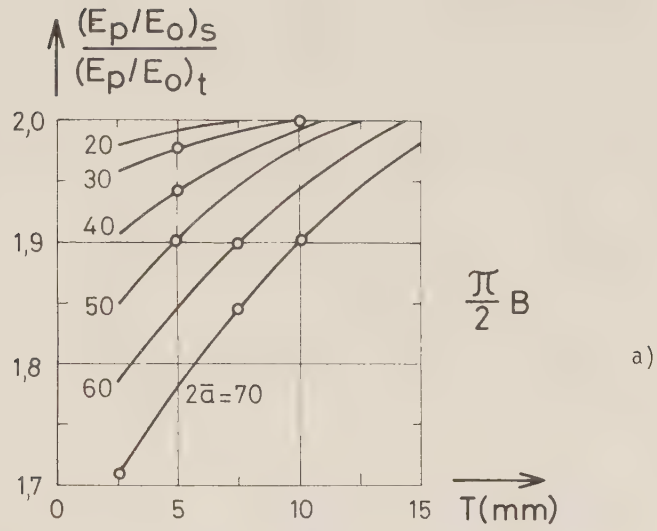


Fig. 48 Rapport $(E_p/E_0)_s/(E_p/E_0)_t$ (a) et $(H_p/E_0)_s/(H_p/E_0)_t$ (b) pour le mode $\pi/2$ en fonction de l'épaisseur des iris. Dans le cas des ondes stationnaires la condition à la limite B a été utilisée.

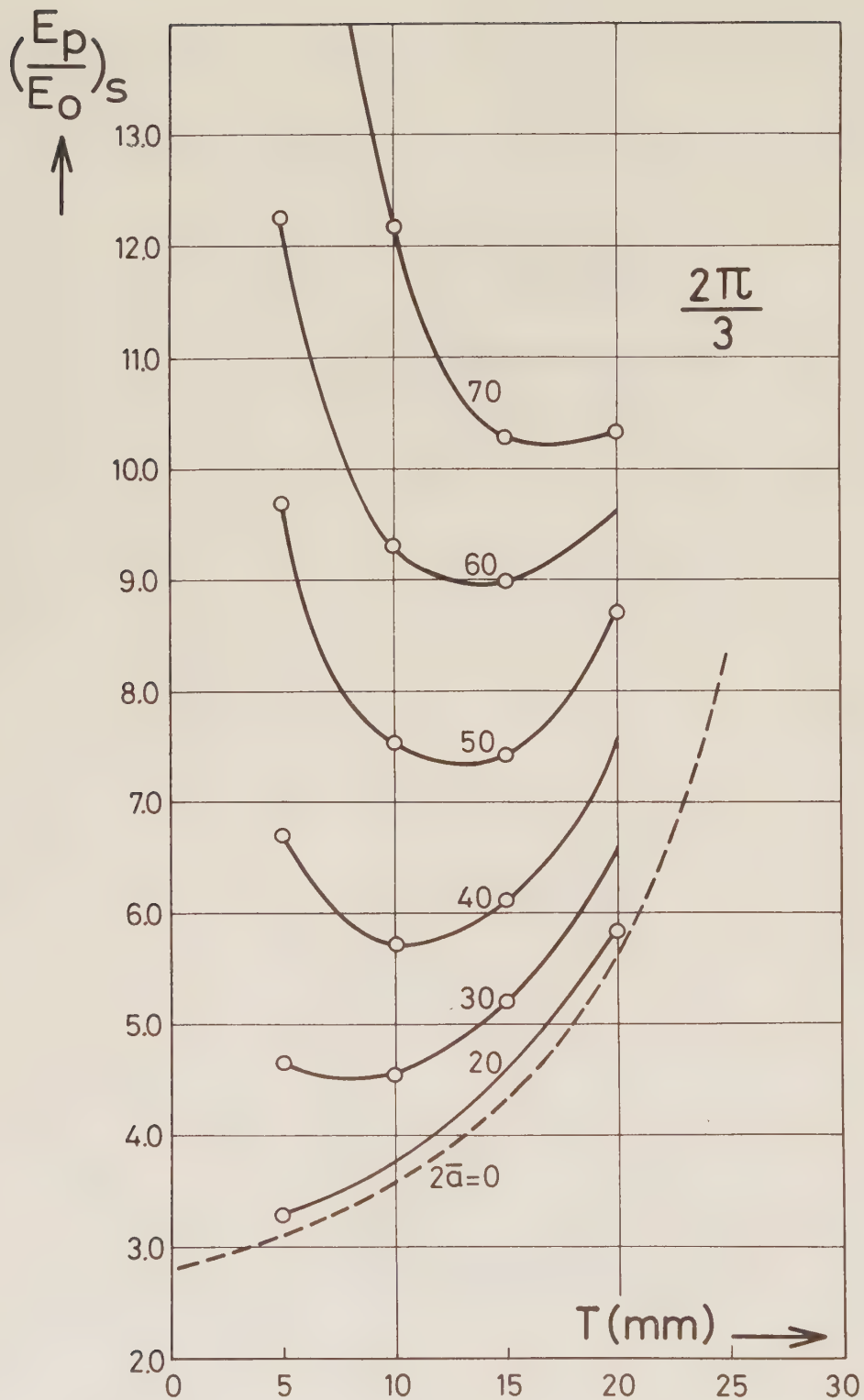


Fig. 49 Comme la figure 43, pour $(E_p/E_0)_s$ et pour le mode $2\pi/3$.

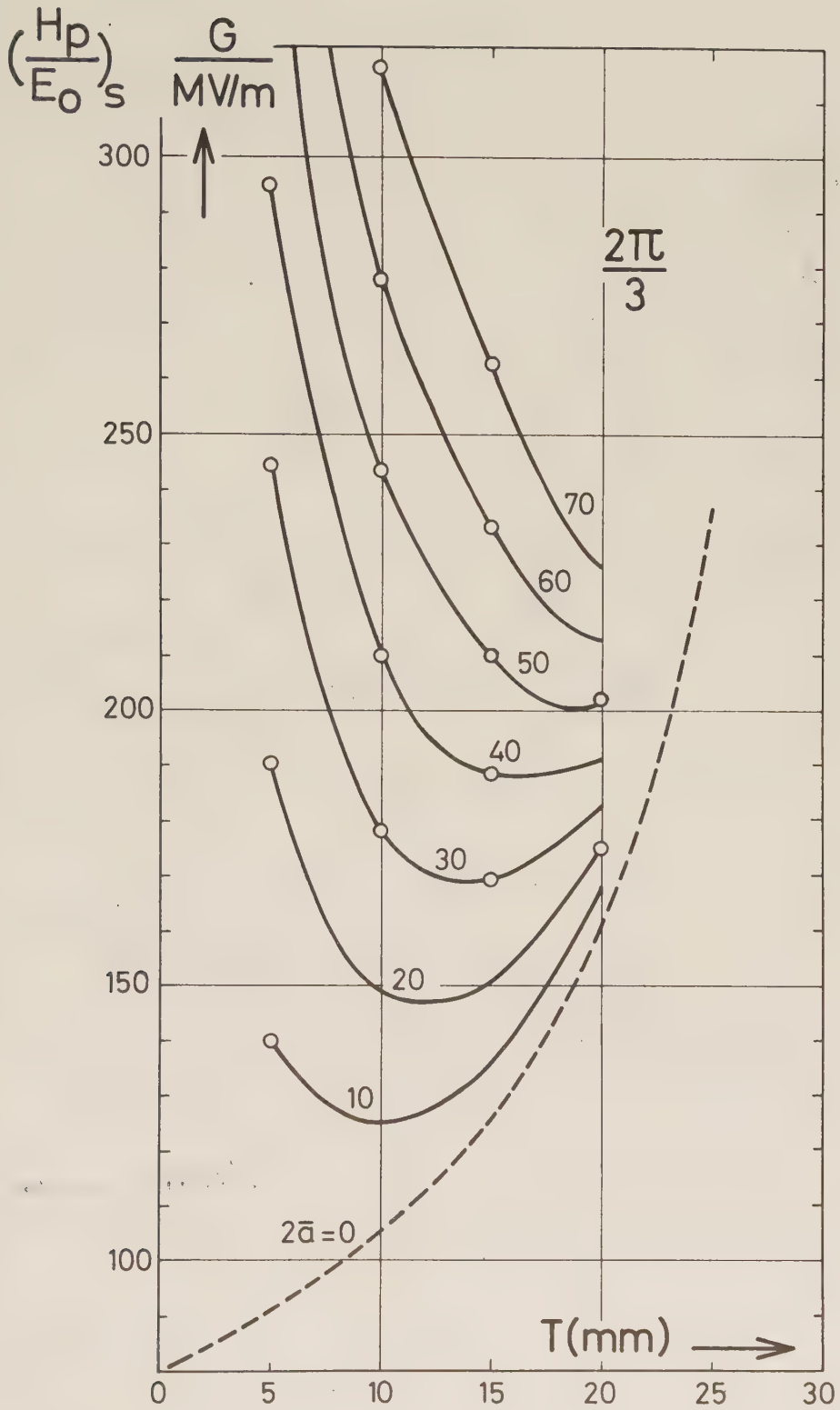


Fig. 50 Comme la figure 43, pour $(H_p/E_0)_s$ et pour le mode $2\pi/3$.

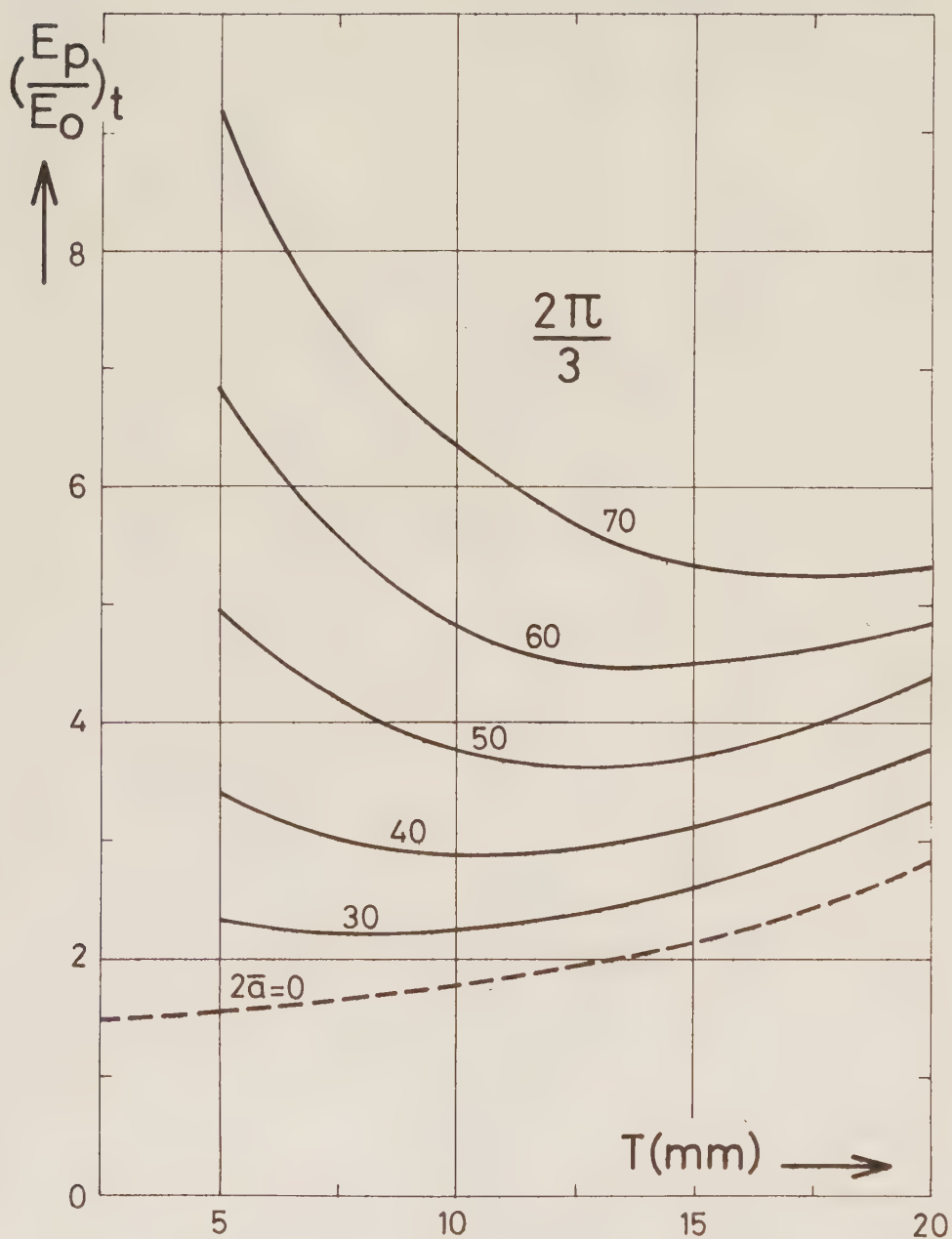


Fig. 51 Comme la figure 43, pour $(E_p/E_0)_t$ et pour le mode $2\pi/3$. Pour $(H_p/E_0)_t$, voir tableau 4.

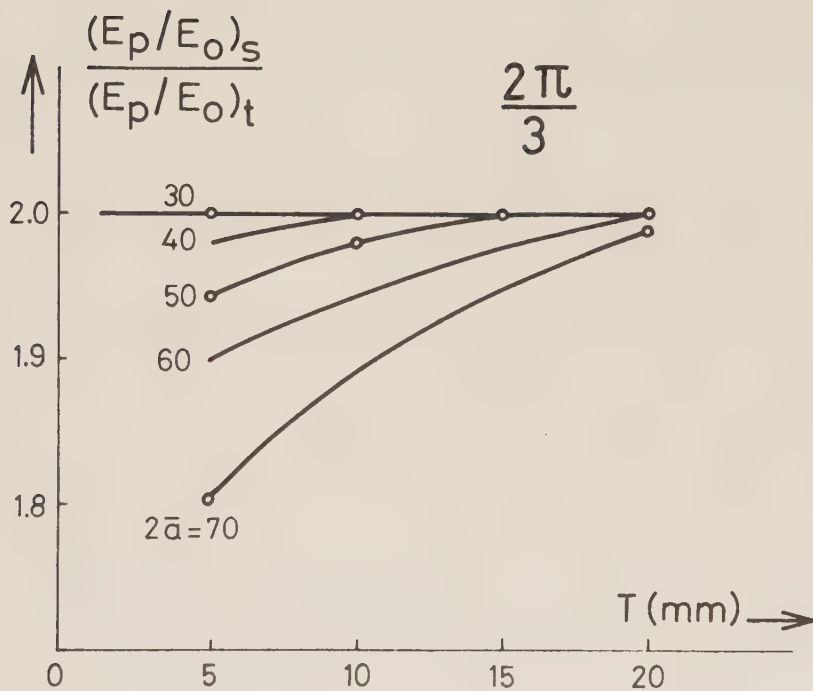


Fig. 52 Rapport $(E_p/E_0)_s/(E_p/E_0)_t$ pour le mode $2\pi/3$ en fonction de l'épaisseur des iris. Pour H_p ce rapport est égal à $\sqrt{3}$ $\begin{smallmatrix} -0\% \\ +10\% \end{smallmatrix}$ dans les limites de la précision de mesure (voir tableau 4).

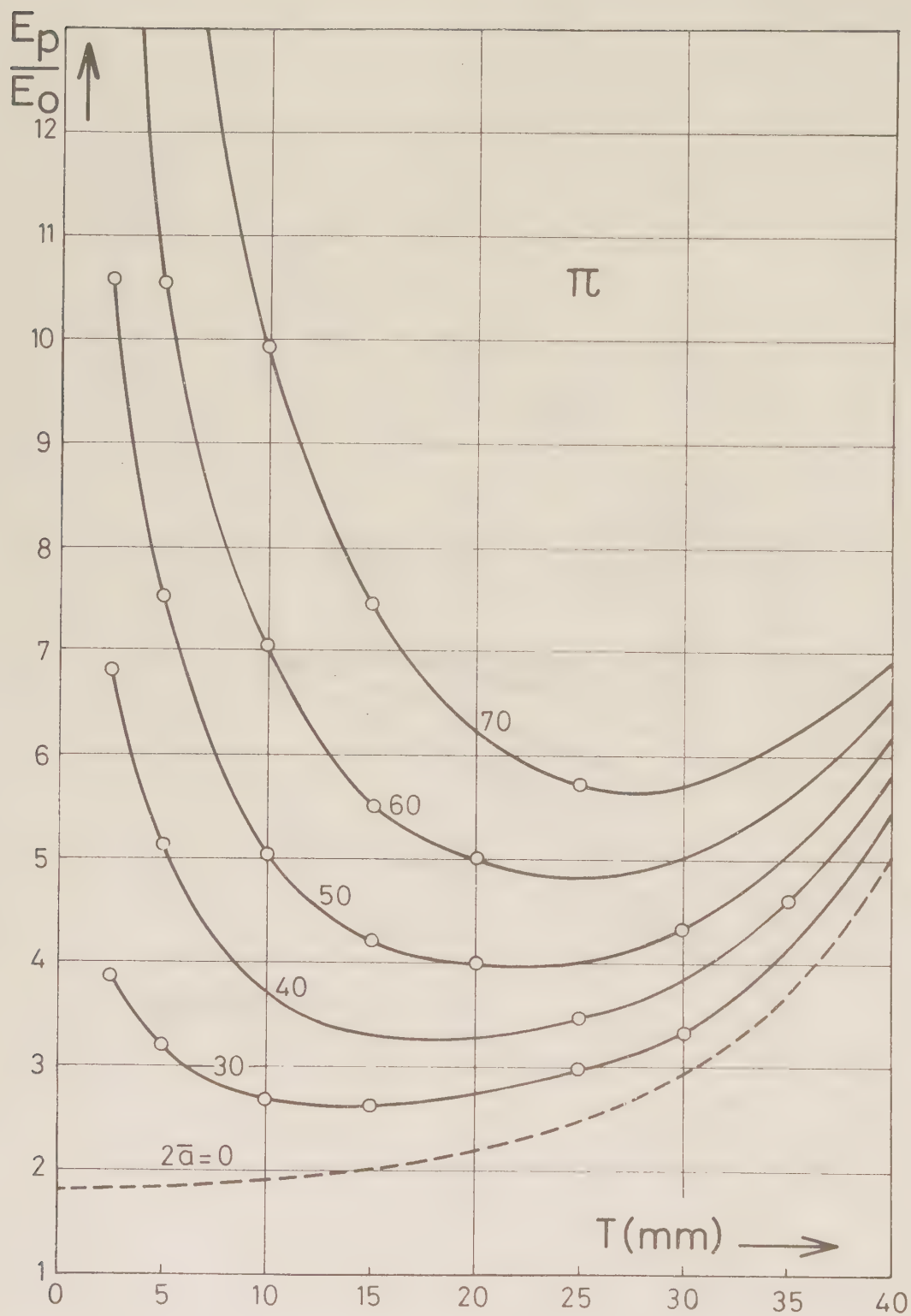


Fig. 53 Comme la figure 43, pour E_p/E_0 et le mode π .

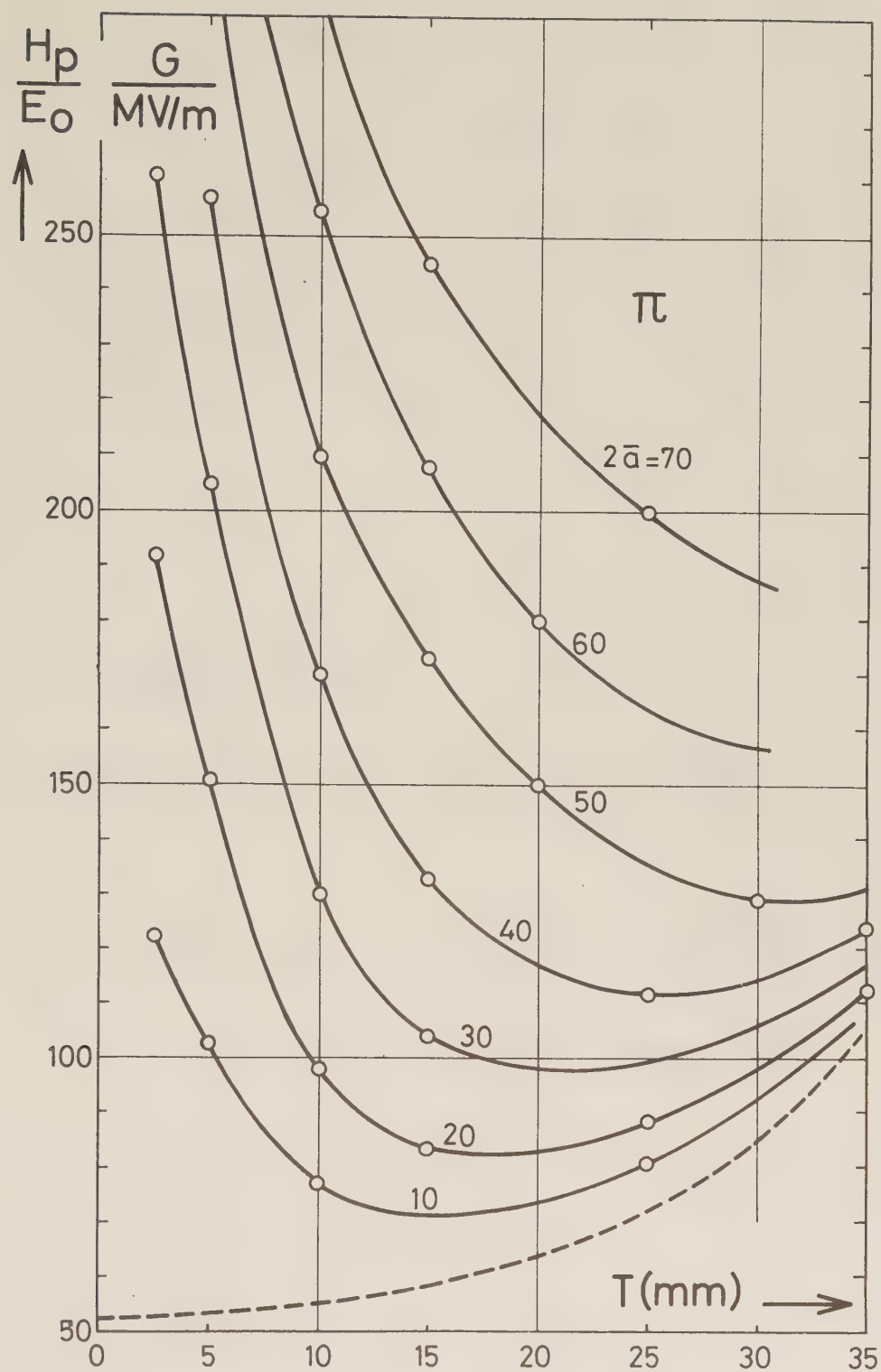


Fig. 54 Comme la figure 43, pour H_p/E_0 et le mode π .

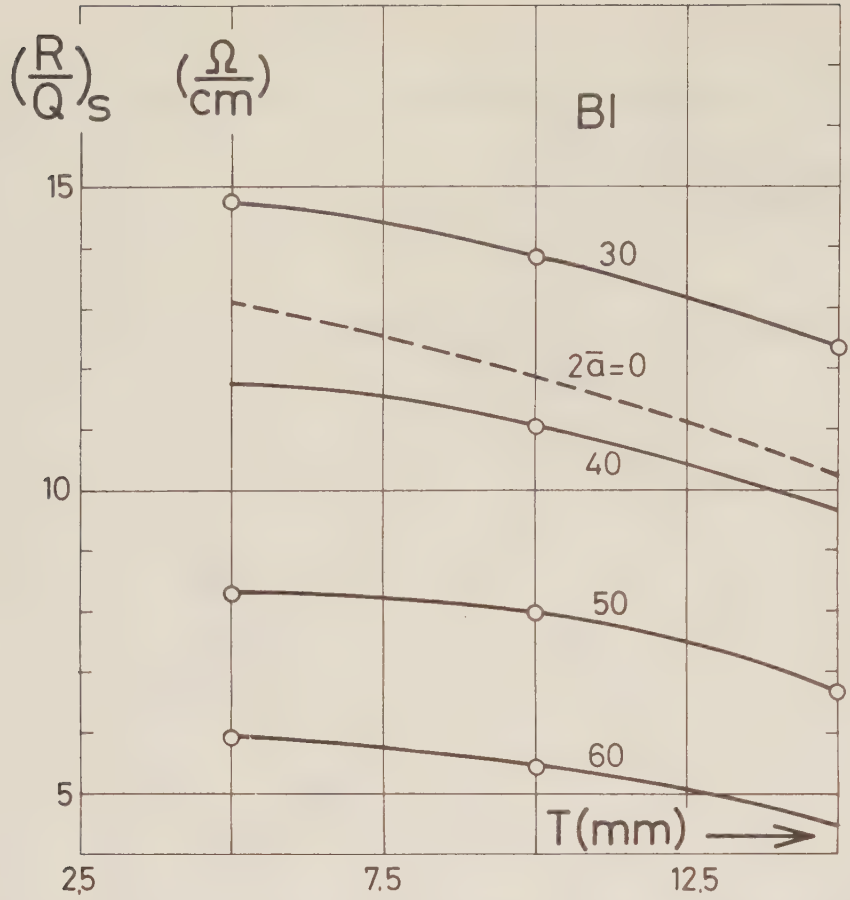


Fig. 55 Impédance shunt R divisée par le facteur de surtension Q pour le mode bipériodique en fonction de l'épaisseur d'iris T . Pour tous les modèles bipériodiques, on a choisi la longueur de deux types de cellules dans le rapport 2:1.

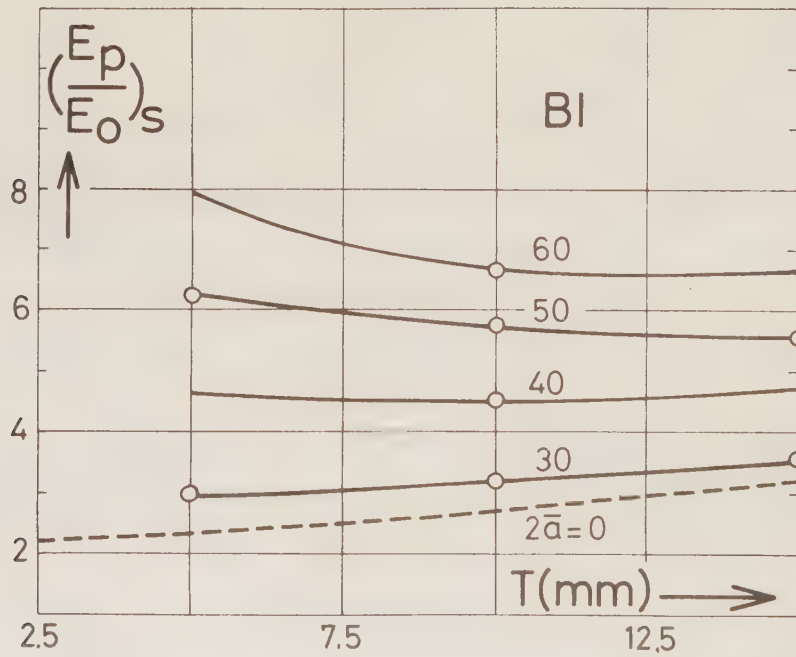


Fig. 56 Comme la figure 43, pour $(E_p/E_0)_s$ et le mode bipériodique.

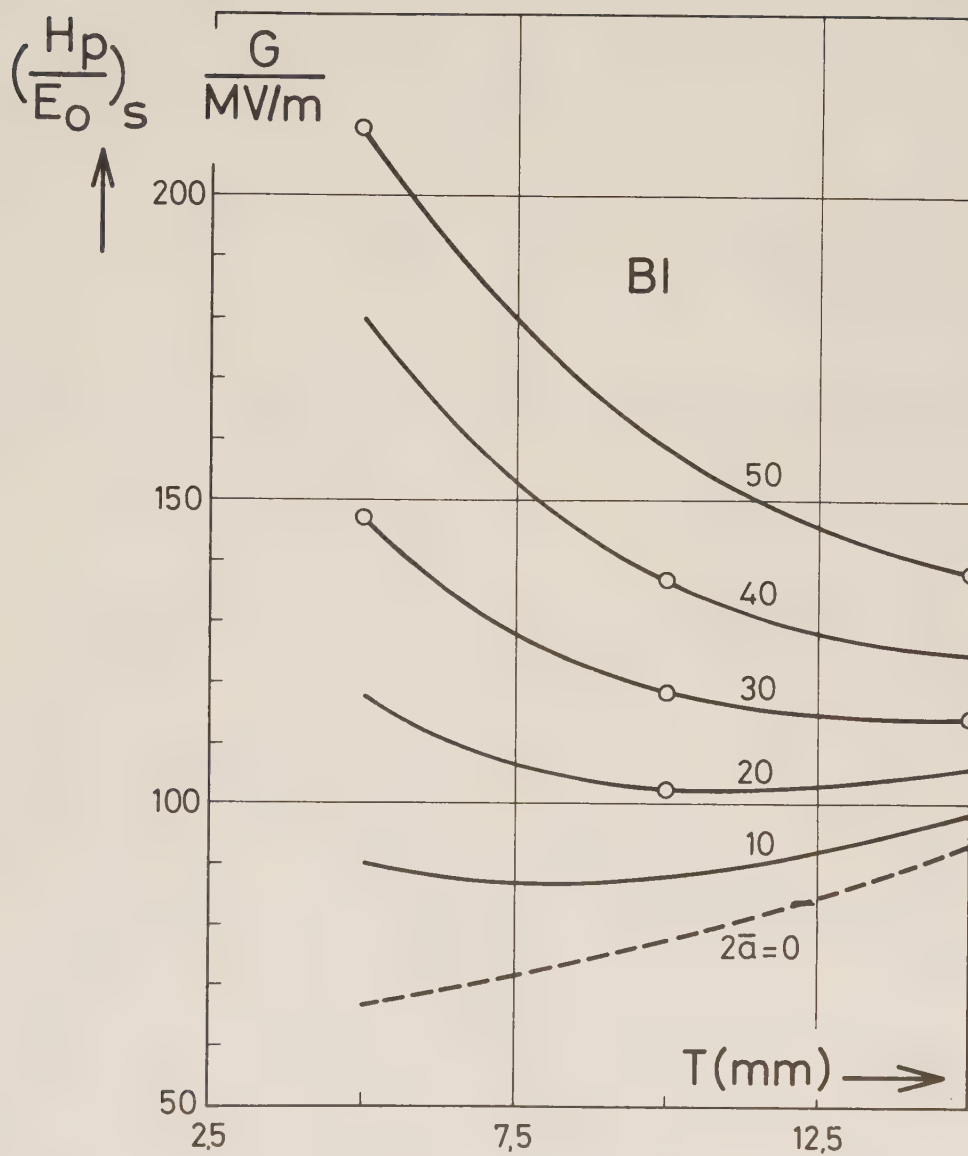


Fig. 57 Comme la figure 43, pour $\left(\frac{H_p}{E_0}\right)_s$ et le mode bipériodique.

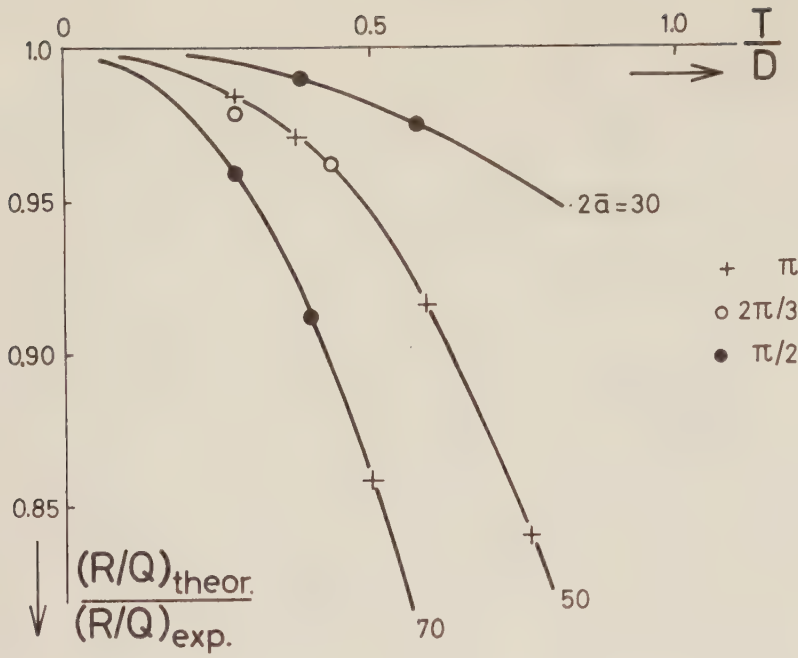


Fig. 58 Comparaison des valeurs de R/Q calculées et mesurées en fonction de l'épaisseur des disques T (normalisées avec le pas D de la structure).

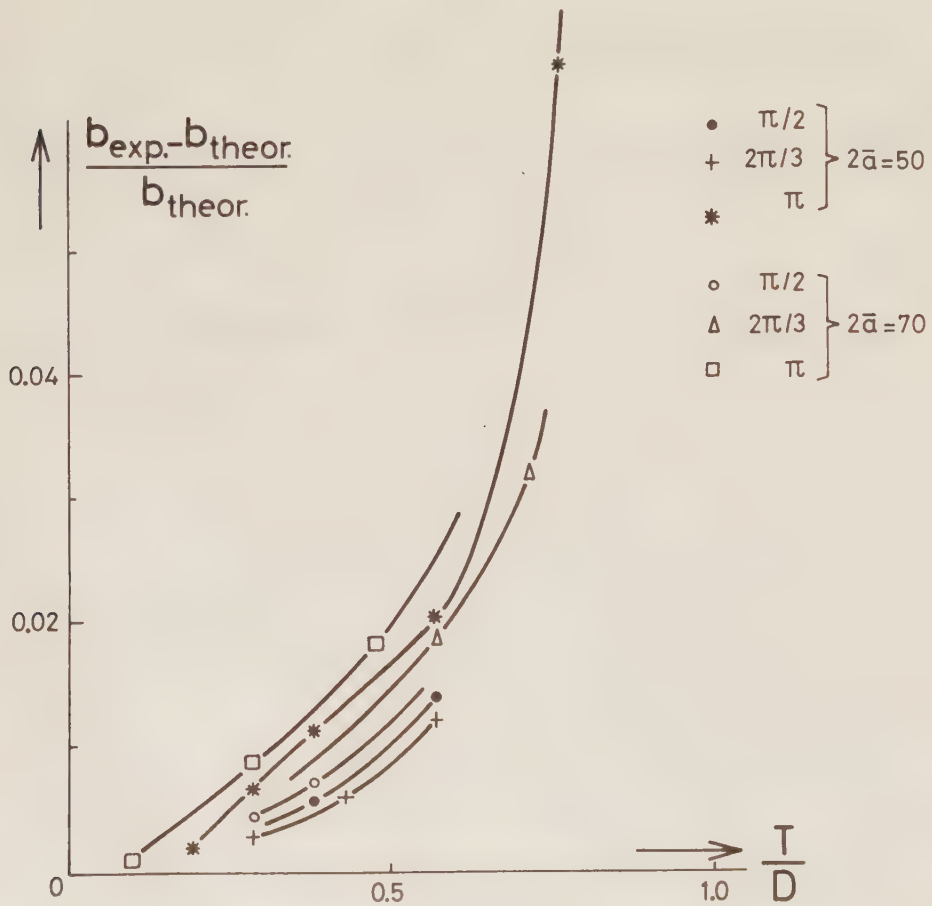
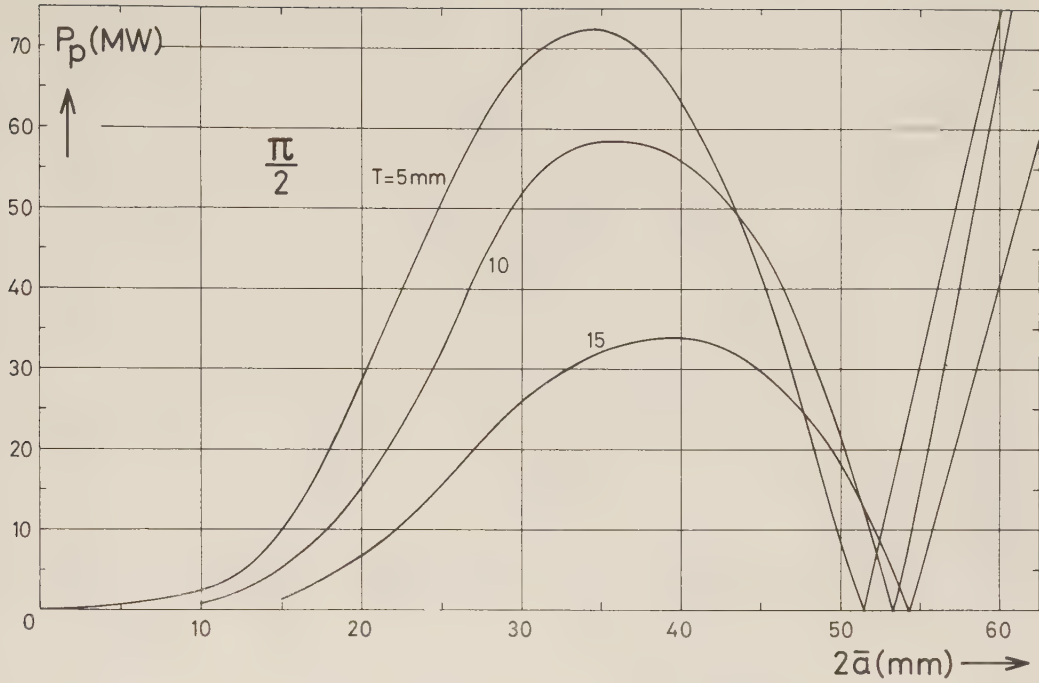
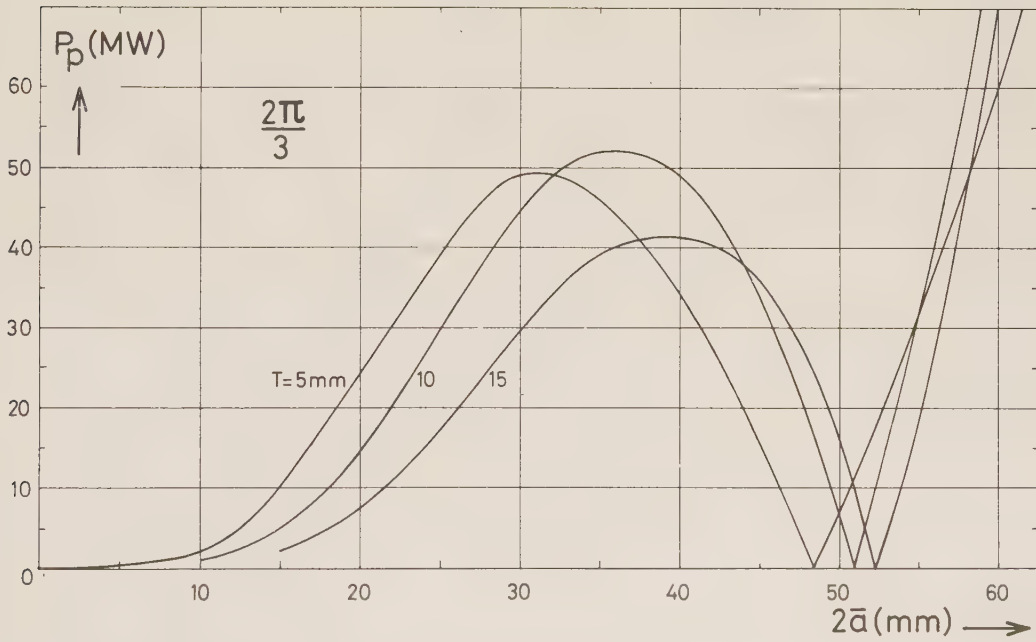


Fig. 59 Comme la figure 24, pour le rayon intérieur des cellules.



a)



b)

Fig. 60 Puissance maximale calculée par la formule (II.9) en tenant compte de (IV.18) pour les modes $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{2\pi}{3}$ et pour $\tau = 4 \mu\text{sec}$ ($\lambda_0 = 10,5 \text{ cm}$).

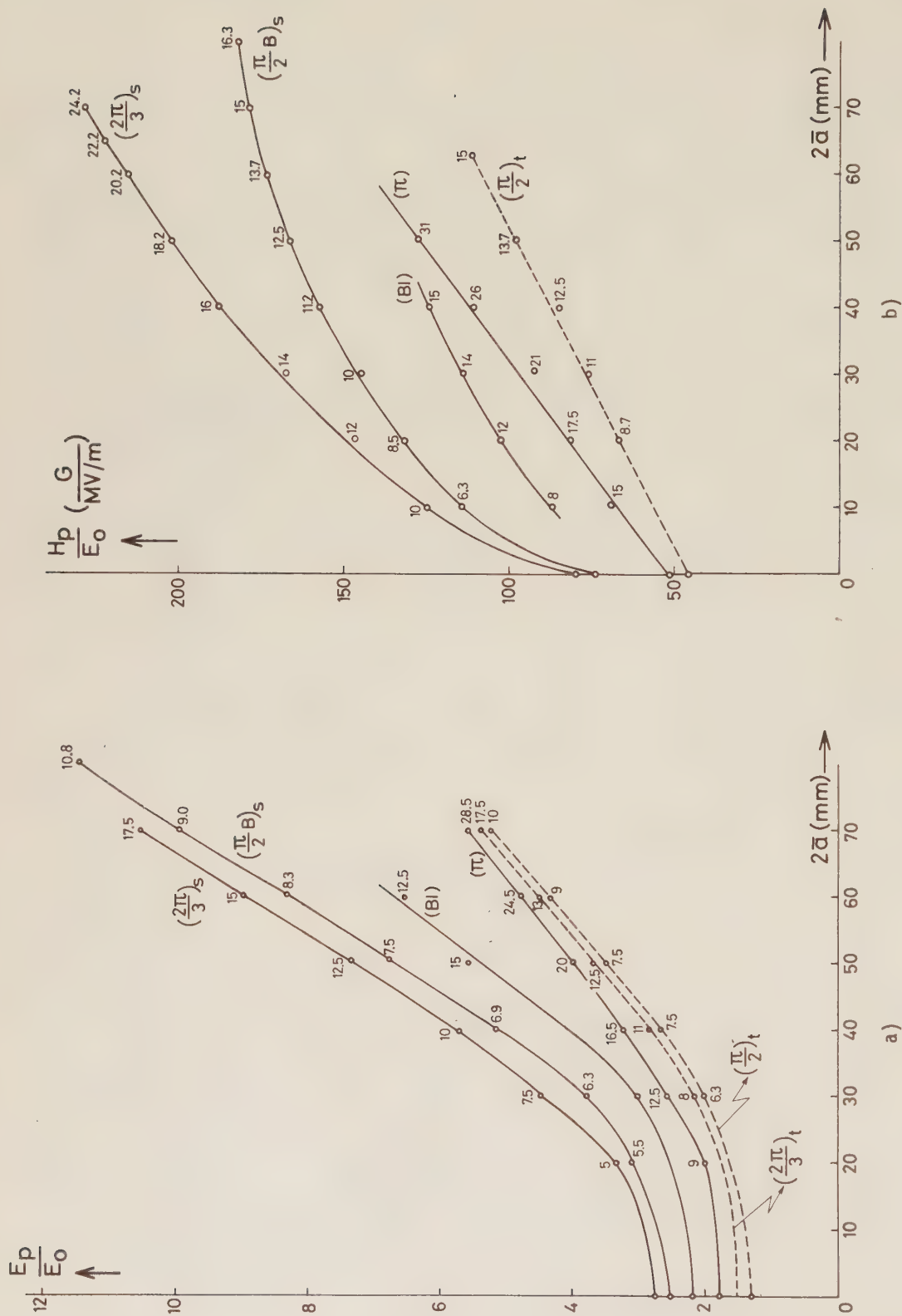


Fig. 61 Minimum de H_p/E_0 et E_p/E_0 en fonction de l'ouverture des iris $2\bar{a}$ pour différents modes en ondes stationnaires et progressives. Les chiffres indiquent la valeur de l'épaisseur des iris T_{min} pour lesquels E_p/E_0 est minimum ($\lambda_0 = 10,5 \text{ cm}$).

